SRDP **11.05.2026** – Mathematik – **HAK**

Lösungsmöglichkeiten mit dem ClassPad II

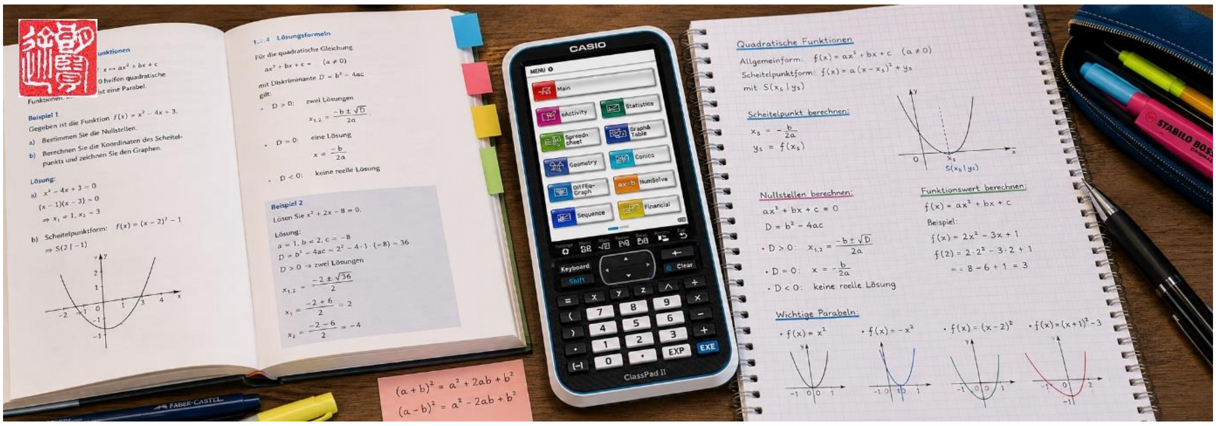


Bild: generiert von ChatGPT

Einführung

Das ClassPad beweist auch bei dieser Matura, dass es ein sehr zuverlässiges Intrument zur Lösung von mathematischen Aufgabenstellungen ist. Einige Beispiele konnten direkt gelöst werden. Es zeigt sich, dass Technologie-kompetenz das Lösen der Maturaaufgaben wesentlich erleichtert.

Das Aufgabenheft sowie die Lösungen sind unter https://www.matura.gv.at/downloads als pdf-Dokument abrufbar.

Ich werde jeder Aufgabe eine Seite widmen und die jeweiligen technologie-relevanten Beispiele behandeln.

Sollte nichts angegeben sein, so wird die Aufgabe in der  -Anwendung ausgeführt.

Die vom ClassPad ablesbare Lösung der Aufgabe wird mit einem grünen Häkchen markiert.

Auffällig war, dass die heurige Matura in der HAK meiner Meinung nach sehr anspruchsvoll war und zahlreiche Module des ClassPads zur Anwendung gekommen sind. Es waren wenige triviale Fragestellungen dabei.

Weiters ist mir aufgefallen, dass der Technologieeinsatz wieder etwas stärker in den Fokus gerückt ist.

Los geht´s!

Aufgabe 1 – Pilze

Aufgabenstellung b 1)

b) Schleimpilze wachsen unter anderem auf abgestorbenem Holz.

In einem Labor wird das Wachstum eines bestimmten Schleimpilzes untersucht. Die zeitliche Entwicklung der von diesem Schleimpilz bedeckten Fläche kann durch die Funktion A beschrieben werden.

$$A(t) = 408 - 211 \cdot e^{-0{,}38 \cdot t}$$

t … Zeit in h mit $t = 0$ für den Beginn der Beobachtung
$A(t)$ … von diesem Schleimpilz bedeckte Fläche zur Zeit t in cm²

1) Berechnen Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem dieser Schleimpilz erstmals eine Fläche von 350 cm² bedeckt. *[0/1 P.]*

Lösung

Wir definieren die Funktion A(t) [Muss nicht unbedingt sein, erleichtert aber das Leben 😉) und lösen die dazugehörige Gleichung.

Anmerkung: Ich persönlich erachte es als überaus sinnvoll, die richtige Variable, in diesem Fall t, zu verwenden. t kann im ClassPad ganz einfach mit der Zweitbelegung Shift + (eingegeben werden.

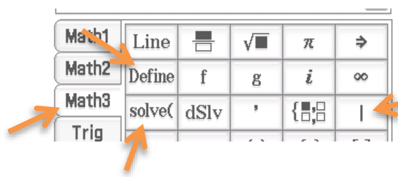
Define $A(t)=408-211\times e^{-0.38t}$

done

solve(A(t)=350, t

{t=3.39846085} ✓

Hinweis:
Define, der *Solve-Befehl* und der hilfreiche *Bedingungsoperator* befinden sich auf der *Keyboard*-Tastatur bei *Math 3*.



Bedingungsoperator

Antwort: Nach ca. 3,4 Stunden (3 Stunden und 24 Minuten)

Aufgabenstellung d 1)

d) Pilzarten, die durch Aktivitäten des Menschen in ein Gebiet gelangt sind, in dem sie zuvor nicht heimisch waren, werden als *Neomyceten* bezeichnet.

Für die Schweiz wurden folgende Daten erhoben:

Jahr	1910	2021
Anzahl der in der Schweiz bisher nachgewiesenen Neomyceten	50	298

Die Anzahl der in der Schweiz bisher nachgewiesenen Neomyceten kann näherungsweise durch die Funktion N beschrieben werden.

$N(t) = N_0 \cdot a^t$

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1910
$N(t)$ … Anzahl der in der Schweiz bis zum Zeitpunkt t nachgewiesenen Neomyceten
N_0 … Anzahl der in der Schweiz bis zum Zeitpunkt $t = 0$ nachgewiesenen Neomyceten
a … Parameter

1) Ermitteln Sie a. *[0/1 P.]*

Lösung

N_0 (Anfangswert) = 50 und von 1910 – 2021 sind 111 Jahre (t=111).
Wir lösen die Aufgabe direkt mit dem *solve*-Befehl.

$$\text{solve}(298=50\times a^{111},a$$
$$\{a=1.016211723\}$$

Antwort: a=1,016211723

Aufgabe 2 – Deepfakes

Aufgabenstellung a 1)

a) Beim ersten Experiment wird angenommen, dass die Testperson A die vorgelegten Fotos unabhängig voneinander mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils 48 % richtig einstufen kann.

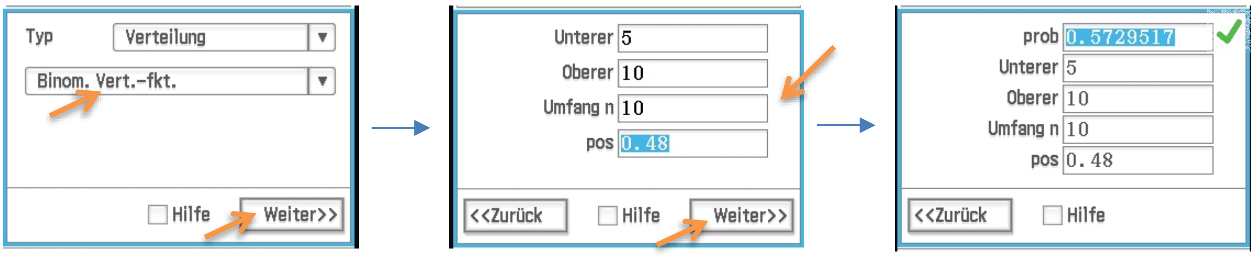
Der Testperson A werden 10 Fotos zum Einstufen vorgelegt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Testperson A von diesen 10 vorgelegten Fotos mindestens die Hälfte richtig einstuft. *[0/1 P.]*

Lösung

Bei dieser Aufgabe kommt die Binomialverteilung zum Einsatz.

Wir öffnen die Statistik-Anwendung und gehen in der Titelleiste auf *Calc* → *Verteilung* und geben dann in die Maske *Binom. Vert.-fkt.* ein.



Antwort: p=57,3 %

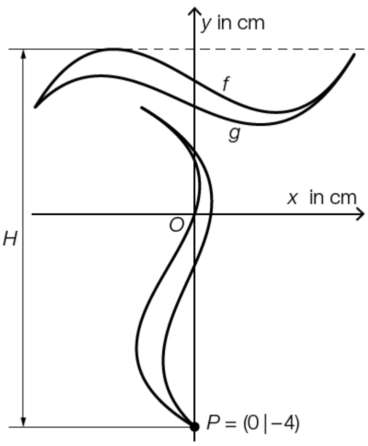
Aufgabe 3 – Teesalon

Aufgabenstellung b 1)

b) Das Logo soll auf Teebecher gedruckt werden.

Es gilt:

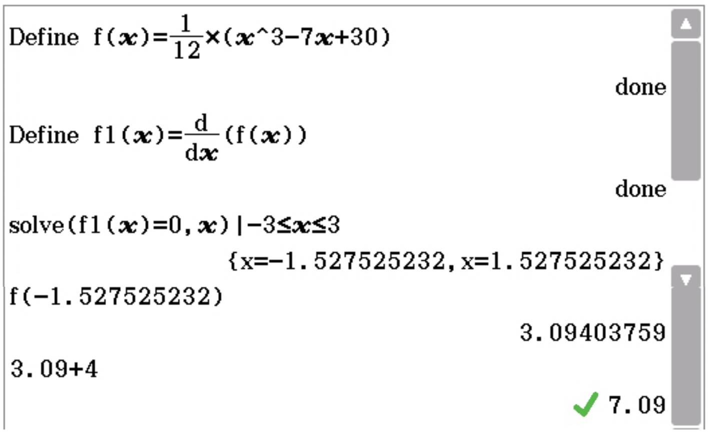
$f(x) = \frac{1}{12} \cdot (x^3 - 7 \cdot x + 30)$ mit $-3 \leq x \leq 3$

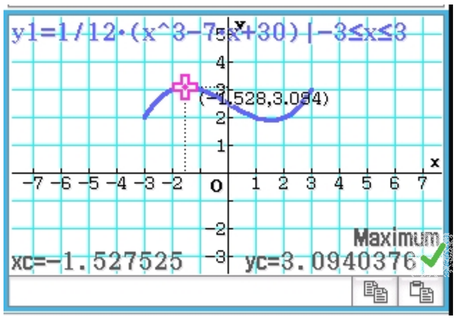


1) Berechnen Sie die gesamte Höhe *H* des Logos. *[0/1 P.]*

Lösung

Die Höhe ergibt sich aus dem Maximum der Funktion f(x) im Intervall [-3;3] plus 4 cm. Wir definieren f(x). Berechnen die erste Ableitung. Setzen diese Null (und nutzen dabei den Bedingungsoperator – siehe Aufgabe 1) und erhalten die Maximums- und Minimumsstelle (wir entscheiden uns für die negative Stelle, weil hier lt. Bild das Maximum auftritt) und setzen die Stelle in die Funktion ein. Anschließend addieren wir 4.





Alternativ kann man das Maximum auch grafisch berechnen 😉

Grafik & Tabelle-Anwendung. Funktion zeichnen.
Analyse – *Grafische Lösung* - Maximum

Antwort: 7,09 cm

Aufgabenstellung b 2)

Im Teesalon werden zylinderförmige Teebecher in zwei verschiedenen Größen – klein und groß – verwendet. Ein kleiner Teebecher hat den Radius *r* und die Höhe *h*.

Der Radius eines großen Teebechers ist um 20 % größer als der Radius *r* eines kleinen Teebechers.
Die Höhe eines großen Teebechers ist um 10 % größer als die Höhe *h* eines kleinen Teebechers.

2) Ermitteln Sie, um wie viel Prozent das Volumen eines großen Teebechers größer ist als das Volumen eines kleinen Teebechers. *[0/1 P.]*

Lösung

Dies ist eine reine Rechenaufgabe, wo uns das ClassPad jedoch direkt eine Lösung anbieten kann. Ich habe 2 Varianten gerechnet. In der ersten Zeile definiere ich eine Funktion V(r,h) mit 2 Variablen (Nicht unbedingt Schulstoff – aber auch nicht zu kompliziert). In der zweiten Zeile rechne ich einfach.

Define $V(r,h)=r^2\times\pi\times h$

done

$$\frac{V(r\times 1.2,h\times 1.1)}{V(r,h)}$$

1.584

$$\frac{(1.2\times r)^2\times\pi\times 1.1\times h}{r^2\times\pi\times h}$$

1.584 ✓

Antwort: 58,4 %

Aufgabe 5 – Fußball-WM der Frauen

Aufgabenstellung a 1)

a) In der nachstehenden Tabelle sind die Zuschauerzahlen in den Stadien für jede Fußball-WM der Frauen von 1999 bis 2023 (gerundet auf Tausender) angegeben.

Jahr	1999	2003	2007	2011	2015	2019	2023
Zuschauerzahl in Millionen	1,214	0,680	1,191	0,846	1,354	1,131	1,978

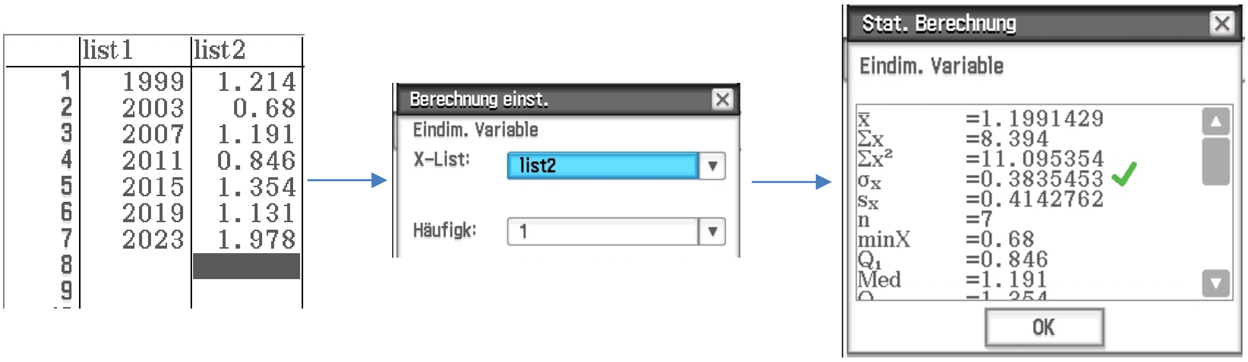
1) Berechnen Sie die Standardabweichung der Zuschauerzahlen der obigen Tabelle.

Standardabweichung: ____________________ Millionen *[0/1 P.]*

Lösung

Bei dieser Aufgabe nutzen wir wiederum die Statistik -Anwendung.

Wir öffnen die *Statistik*-Anwendung und geben die Werte wie unten abgebildet in *list1* und *list2* ein. Gehen anschließend in der *Menüleiste* auf *Calc* → *Eindim. Variable*. Bestätigen die Eingabe und lesen die Lösung ab.



Antwort: Die Standardabweichung beträgt 0,3835 Millionen.

Mit diesem Wissen ausgestattet können wir auch die

Aufgabenstellung a 2)

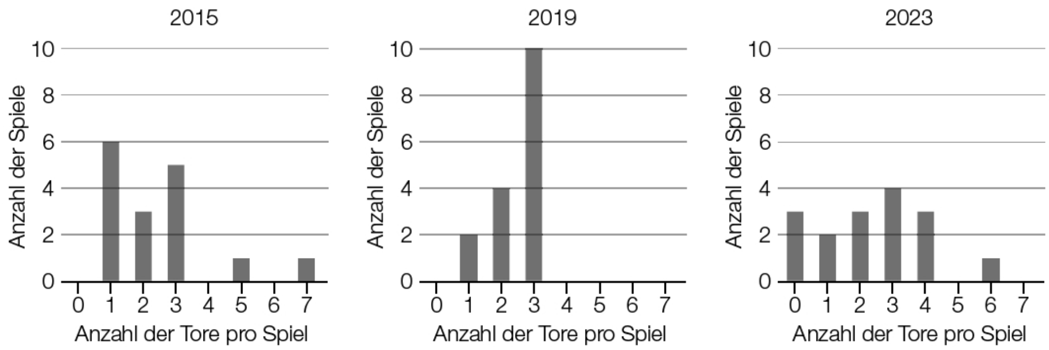
lösen, indem wir sofort einige Aussagen streichen können. Übrig bleibt eigentlich nur mehr die 3. Aussage. Wir löschen nun im ClassPad die Werte für 1999 und sehen, dass der Median ohne 1999 auf 1,161 (gegenüber 1,191) gesunken ist und somit stimmt die 3. Aussage nicht.

Antwort: 3. Aussage ist nicht zutreffend und wird angekreuzt.

Aufgabenstellung c 1)

c) Seit dem Jahr 2015 besteht die Finalrunde einer Fußball-WM der Frauen aus 16 Spielen.

In den nachstehenden Säulendiagrammen ist für die Finalrunden der Fußball-WM der Frauen der Jahre 2015, 2019 und 2023 die jeweilige Anzahl der erzielten Tore pro Spiel (ohne Elfmeterschießen) dargestellt.



1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. *[0/1 P.]*

Für die Finalrunde der Fußball-WM der Frauen des Jahres ___①___ gilt: ___②___

①	
2015	☐
2019	☐
2023	☐

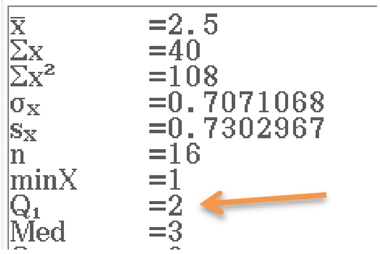
②	
Das 1. Quartil beträgt 2 Tore pro Spiel.	☐
Bei weniger als 25 % der Spiele sind genau 3 Tore pro Spiel gefallen.	☐
Die relative Häufigkeit der Spiele mit höchstens 1 Tor beträgt $\frac{5}{8}$.	☐

Lösung

Wir beginnen mit der zweiten Spalte und können relativ schnell erkennen, dass die zweite und dritte Lösung nicht zutreffen kann. Also bleibt nur die erste Aussage als Lösung, mit der wir weiterarbeiten können (müssen).

Jetzt hilft wieder das ClassPad. Wir bleiben in der *Statistik*-Anwendung und geben in *list1* – *list4* die Daten wie abgebildet ein. Führen dann für jede Liste die Berechnung wie bei a1) aus und vergleichen. Exemplarisch wurde der Vergleich mit *list3* dargestellt. Wir erhalten bei 2019 (*list3*) bei Q1=2 und somit die Lsg.

	list1	list2	list3	list4
1	0	0	0	3
2	1	6	2	2
3	2	3	4	3
4	3	5	10	4
5	4	0	0	3
6	5	1	0	0
7	6	0	0	1
8	7	1	0	0
9				



Antwort: Bei ① die 2. Zeile und bei ② die erste Zeile.

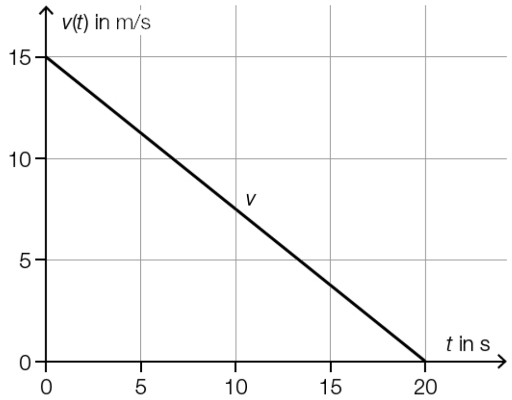
Aufgabe 6 – Autobus

Aufgabenstellung a 2)

a) Ein bestimmter Autobus bremst ab und verringert dabei seine Geschwindigkeit bis zum Stillstand.

Die Geschwindigkeit bei diesem Bremsvorgang in Abhängigkeit von der Zeit kann durch die lineare Funktion *v* modelliert werden (siehe nachstehende Abbildung).

t … Zeit in s mit $t = 0$ für den Beginn des Bremsvorgangs
$v(t)$ … Geschwindigkeit zum Zeitpunkt *t* in m/s



2) Berechnen Sie die Länge desjenigen Weges, den der Autobus vom Beginn des Bremsvorgangs bis zum Stillstand zurücklegt. *[0/1 P.]*

Lösung

Der gefragte Weg ist die Fläche unter dem Graphen von v(t) und der x-Achse.
Also die Fläche des rechtwinkeligen Dreiecks mit den beiden Katheten 15 und 20.
Somit ergibt sich für den Weg: 15·20/2 = 150 m.

Es geht aber auch "wissenschaftlicher" mit dem Integral 😉 – Für Nerds.

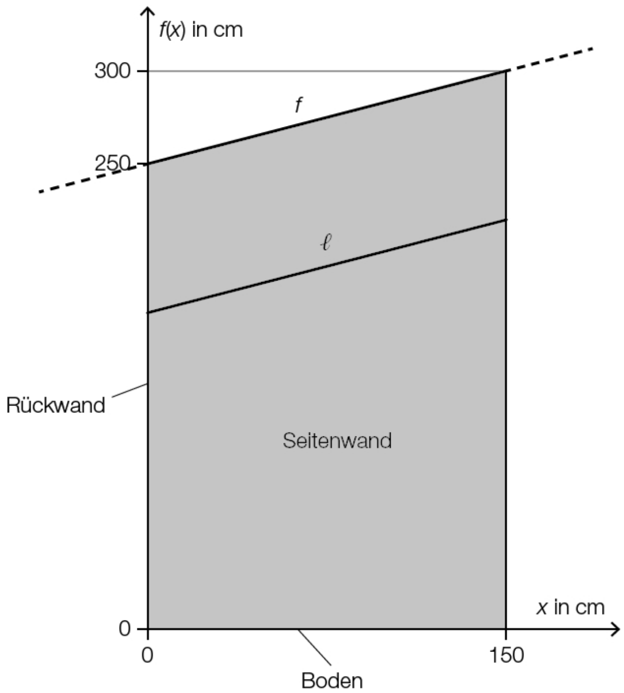
$$\int_0^{20} -\frac{15}{20}t+15\,dt$$

$$150$$

Antwort: 150 m

Aufgabenstellung b 1)

b) In der nachstehenden Abbildung ist die Seitenwand eines bestimmten Wartehäuschens bei einer Bushaltestelle modellhaft dargestellt.



Die obere Begrenzungslinie kann durch den Graphen der linearen Funktion *f* beschrieben werden.

x … Entfernung von der Rückwand in cm
f(*x*) … Höhe über dem Boden in der Entfernung *x* in cm

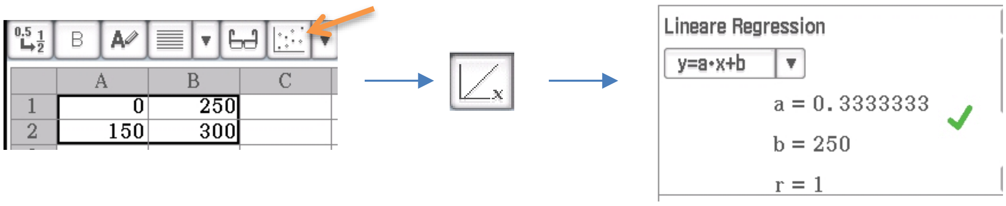
1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion *f* auf.

f(*x*) = ________________________________ *[0/1 P.]*

Lösung

Hier gibt es viele Möglichkeiten. Ich nutze die einfache und schnelle Art der linearen Regression. f(x) geht durch die beiden Punkte (0|250) und (150|300).

Wir öffnen die  -Anwendung und geben die beiden Punkte ein. Markieren dann die Eingabe und drücken den *Scatter*-Button . Danach führen wir die lineare Regression mit  durch und erhalten direkt die Lösung.



Antwort: $f(x) = \frac{1}{3}x + 250$

Aufgabe 7 – Waschmaschinen

Aufgabenstellung b 1)

b) Für ein anderes Waschmaschinenmodell wurde die Kostenfunktion K ermittelt:

$K(x) = x^3 - 55 \cdot x^2 + 1\,100 \cdot x + 1\,000$

x ... Menge der Waschmaschinen in Stück
$K(x)$ ... Kosten bei der Menge x in Euro

Das Unternehmen verkauft diese Waschmaschinen zum Preis von 500 Euro pro Stück.

1) Berechnen Sie den Gewinn bei 24 verkauften Waschmaschinen. *[0/1 P.]*

Lösung

Wir definieren die Funktionen K(x) und E(x). Wir definieren als Differenz die Gewinnfunktion G(x) und setzen 24 in G(x) ein.

```
                                   done
Define E(x)=500x
                                   done
Define G(x)=E(x)-K(x)
                                   done
G(24)
                                   2456
```

Antwort: € 2.456,00

Aufgabenstellung c 1)

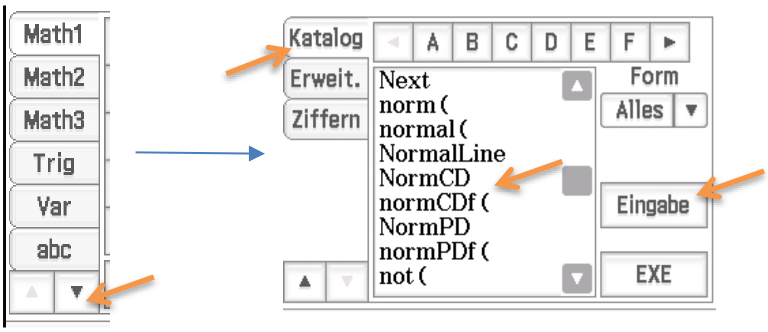
c) Für eine bestimmte Waschmaschine kann der Wasserverbrauch pro Waschgang durch die normalverteilte Zufallsvariable X mit dem Erwartungswert $\mu = 50$ L und der Standardabweichung σ modelliert werden.

Die Wahrscheinlichkeit, dass pro Waschgang zwischen 40 L und 55 L Wasser verbraucht werden, beträgt 80 %.

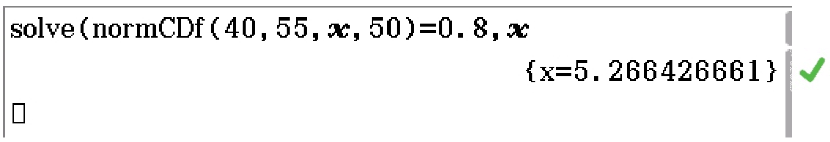
1) Ermitteln Sie σ. *[0/1 P.]*

Lösung

Für die Normalverteilung hat das ClassPad einen eigenen Befehl. Dieser hat folgenden Syntax: normCDf(untere Grenze, obere Grenze,σ,μ). Für diesen Befehl kann dann der solve-Befehl eingesetzt werden. Man ruft den Befehl *normCDf* im ClassPad wie folgt in der *Keyboard*-Tastatur auf:



Wir geben nun den *solve*-Befehl ein füllen die Zeile wie unten angeführt aus.



Antwort: σ=5,2664

Aufgabe 8 – Pensionskassa

Aufgabenstellung a 2)

Eine Pensionskasse veranlagt die Einzahlungen ihrer Kundinnen und Kunden und zahlt nach der Pensionierung das angesparte Kapital als Rente aus.

a) Bea möchte in den nächsten 10 Jahren bei einer Pensionskasse bei einem Jahreszinssatz von 2 % ein Kapital in Höhe von € 20.000 ansparen. Sie soll dafür drei Einzahlungen leisten.

Für diese drei Einzahlungen gilt folgende Gleichung:

$$10\,000 \cdot 1{,}02^{10} + Z \cdot 1{,}02^{7} + Z \cdot 1{,}02^{4} = 20\,000$$

2) Berechnen Sie *Z*. *[0/1 P.]*

Lösung

Wir lösen die Gleichung mit dem *solve*-Befehl nach Z auf.

$\text{solve}(10000\times1.02^{10}+z\times1.02^{7}+z\times1.02^{4}=20000, z$

$\{z=3500.51248\}$

Antwort: Z=3.500,51

Aufgabenstellung c 2)

Chris möchte in 30 Jahren die Pension antreten. Während dieser 30 Jahre will er jeweils am Anfang jedes Monats € 100 in die Pensionskasse einzahlen.
Die Pensionskasse ermittelt für das Ende der 30 Jahre ein angespartes Kapital in Höhe von rund € 49.210.

2) Zeigen Sie, dass der Zinssatz tatsächlich rund 2 % p. a. beträgt. *[0/1 P.]*

Lösung

Im Wesentlichen gibt es zwei Lösungsmöglichkeiten.

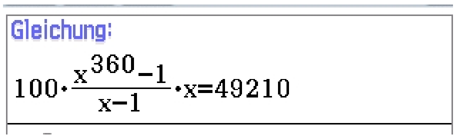
Erste Möglichkeit: Wir berechnen die Lösung aus der Formel:

$$100 \cdot \frac{q_{12}^{360} - 1}{q_{12} - 1} \cdot q_{12} = 49\,210$$

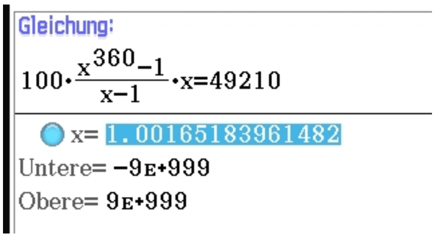
Dies war das erste mal innerhalb meiner über 10-jährigen ClassPad-Tätigkeit, dass das Gerät diese Formel nicht auflösen konnte ☹. Was tun?

Für solche Fälle stellt das ClassPad noch eine numerische Berechnungsmöglichkeit zur Verfügung.

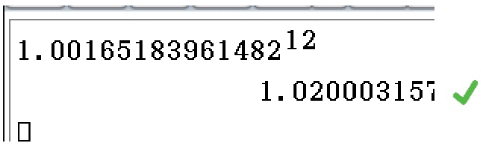
Wir öffnen die -Anwendung und geben die zu lösende Gleichung ein.



Dann geben wir unterhalb einen Startwert ein (Ich habe x=2 gewählt) und es starten mehrere Durchgänge. Am Ende (dh. bei entsprechender Genauigkeit) erhält man eine Lösung.



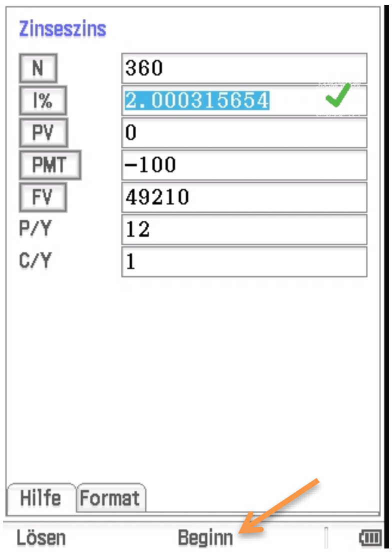
Die Lösung entspricht in diesem Beispiel q_{12} und es ergibt sich daraus



q=1,02 und somit 2 %.

Zweite Möglichkeit

Wir benutzen das Programm "Zinseszins" in der -Anwendung. Wir geben alle Werte bis auf I% ein und drücken dann auf I% und erhalten gleich den Jahreszinssatz (=Lösung)



Aufgabenstellung c 3)

Chris möchte sich das angesparte Kapital in Höhe von € 49.210 in monatlich vorschüssigen Raten auszahlen lassen. Die Höhe dieser Raten gibt die Pensionskasse bei einem Zinssatz von 2 % p. a. mit € 207,80 an.

3) Ermitteln Sie die Anzahl der Vollraten. *[0/1 P.]*

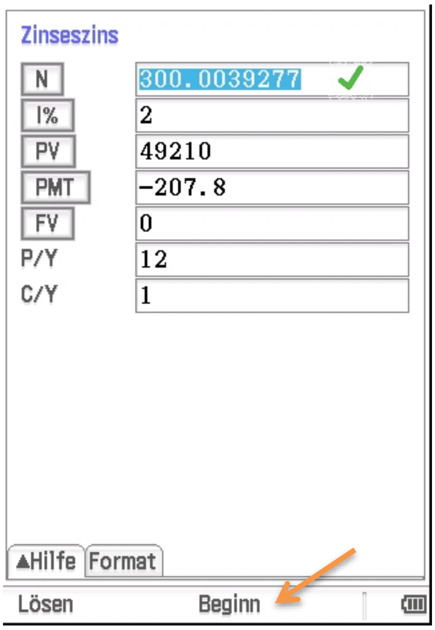
Lösung

Erste Möglichkeit - Formelberechnung

$$\text{solve}\left(207.8\times\frac{\sqrt[12]{1.02}^{\,n}-1}{\sqrt[12]{1.02}-1}\times\frac{1}{\sqrt[12]{1.02}\,\hat{}\,(n-1)}=49210\right.$$

$$\{n=300.0039277\}$$

Zweite Möglichkeit – Finanzmathematik-Anwendung



Antwort: 300 Vollraten

Aufgabe 9 – Aktienfonds

Aufgabenstellung a 1)

Aktienfonds investieren in ein Bündel von Aktien.

a) Der Kurs des Aktienfonds A wird für einen Zeitraum von 5 Jahren untersucht. Dabei wird der Kurs zu Beginn des Beobachtungszeitraums mit 100 % festgelegt.

Zeit in Jahren	0	1	2	3	4	5
Kurs des Aktienfonds in Prozent	100	98,2	105,7	111,2	123,8	145,5

Die zeitliche Entwicklung des Kurses dieses Aktienfonds soll näherungsweise durch die quadratische Funktion *f* beschrieben werden.

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für den Beginn des Beobachtungszeitraums
$f(t)$ ... Kurs des Aktienfonds zur Zeit t in Prozent

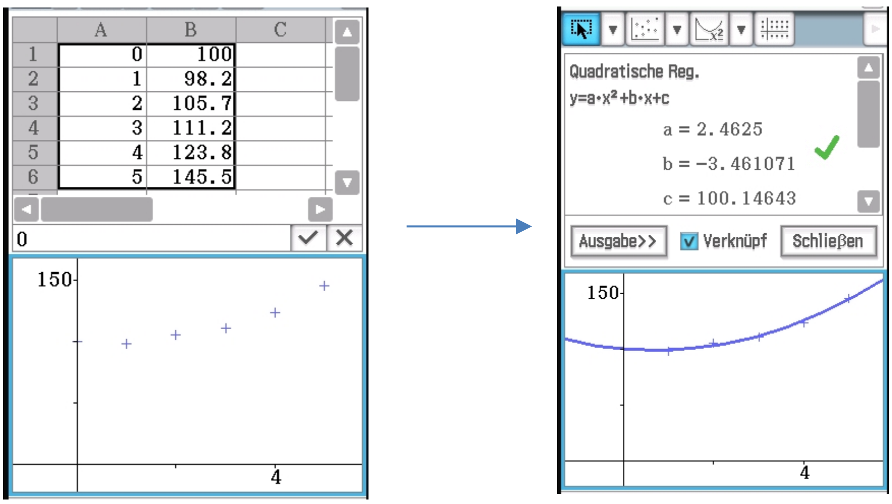
1) Stellen Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung der quadratischen Funktion *f* auf.

$f(t) =$ ______________________________ *[0/1 P.]*

Lösung

Wie in Aufgabe 6 b1) führen wir mit dem ClassPad eine Regressionsanalyse durch. Wir nutzen dieses Mal die quadratische Regression .

Wir öffnen die Tabellen-kalkulat. -Anwendung und geben die Werte ein. Markieren dann die Eingabe und drücken den *Scatter*-Button . Danach führen wir die quadratische Regression mit durch und erhalten direkt die Lösung.



Antwort: $f(t) = 2{,}463t^2 - 3{,}461t + 100{,}146$

Aufgabenstellung a 2)

Die Differenz zwischen dem tatsächlichen Kurs und dem zugehörigen Wert der Regressionsfunktion wird als „Fehler“ bezeichnet. Bei der Regression wird mit den Quadraten der Fehler gerechnet.

2) Berechnen Sie das Quadrat des Fehlers zum Zeitpunkt $t = 2$. *[0/1 P.]*

Lösung

```
Define f(t)=2.463t^2-3.461t+100.146
                                              done
(105.7-f(2))^2
                                          6.885376
f(2)
                                           103.076
```

Antwort: 6,885

Aufgabenstellung d 1) und d2)

d) Ein Unternehmen überlegt, ob es eine Investition in eine zusätzliche Lagerhalle tätigen soll.

Die Anschaffungskosten für die Lagerhalle betragen € 240.000.
Über die gesamte Nutzungsdauer von 5 Jahren sind jährliche Rückflüsse in Höhe von jeweils € 50.000 zu erwarten.
Zusätzlich ist am Ende der Nutzungsdauer ein Liquidationserlös in Höhe von € 30.000 zu erwarten.

Die Rückflüsse können in einem Aktienfonds mit 5,5 % p.a. wiederveranlagt werden.

1) Berechnen Sie den Endwert der wiederveranlagten Rückflüsse inklusive Liquidationserlös. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie den modifizierten internen Zinssatz. *[0/1 P.]*

Lösung d 1)

$$50000\times\frac{1.055^5-1}{1.055-1}+30000$$

$$309054.5513$$

Antwort: € 309.054,55

Lösung d 2)

```
solve(240000×(1+x)^5=309054.55
                                   {x=0.05187656632}
```

Antwort: 5,19 %