SRDP **11.05.2026** – Mathematik – **AHS**

Lösungsmöglichkeiten mit dem ClassPad II

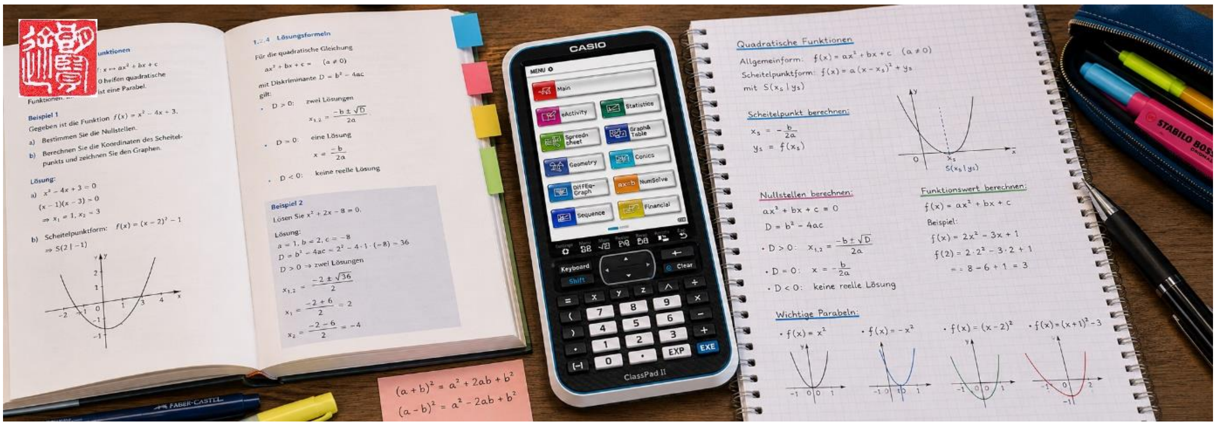


Bild: generiert von ChatGPT

Einführung

Das ClassPad beweist auch bei dieser Matura, dass es ein sehr zuverlässiges Intrument zur Lösung von mathematischen Aufgabenstellungen ist. Einige Beispiele konnten direkt gelöst werden. Es zeigt sich, dass Technologie-kompetenz das Lösen der Maturaaufgaben wesentlich erleichtert.

Das Aufgabenheft sowie die Lösungen sind unter https://www.matura.gv.at/downloads als pdf-Dokument abrufbar.

Ich werde jeder Aufgabe eine Seite widmen und die jeweiligen technologie-relevanten Beispiele behandeln.

Sollte nichts angegeben sein, so wird die Aufgabe in der 

-Anwendung ausgeführt.

Die vom ClassPad ablesbare Lösung der Aufgabe wird mit einem grünen Häkchen markiert.

Auffällig war, wie bereits bei der vorjährigen Matura, dass alles in der Main-Anwendung gerechnet werden konnte und die weiteren Anwendungen nicht (wirklich) zum Einsatz gekommen sind.

Erfreulich für mich persönlich war, dass ein paar wenige Beispiele auch Technologieeinsatz verlangt haben. Bei vielen Themen (Statistik, Wahr-scheinlichkeitsrechnung, Vektorrechnung) war dies nicht der Fall und die Beispiele konnten mit elementaren Grundkenntnissen gelöst werden.

Los geht´s!

Aufgabe 7 – Orangensaft

Ein Betrieb verkauft Orangensaft. Der wöchentliche Gewinn aus dem Verkauf von Orangensaft kann durch die Funktion *G* modelliert werden.

Es gilt:

$G(x) = -0{,}0001 \cdot x^3 + 0{,}2 \cdot x^2 - 75 \cdot x - 10000$

x ... verkaufte Orangensaftmenge in Hektolitern (hl)
G(*x*) ... Gewinn bei *x* in €

Es können höchstens 1 100 hl Orangensaft pro Woche verkauft werden.

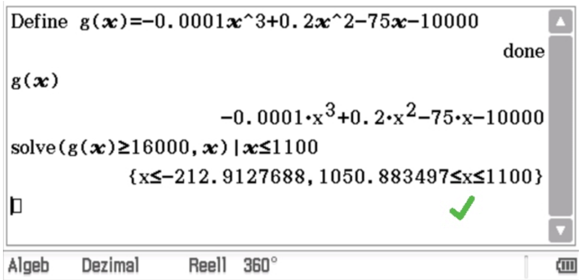
Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie das größtmögliche Intervall für die verkaufte Orangensaftmenge, für das der wöchentliche Gewinn mindestens € 16.000 beträgt.

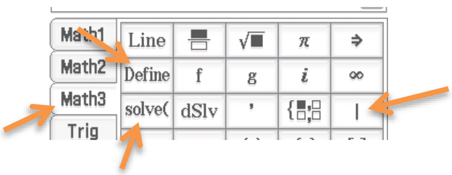
Lösung

Wir definieren die Funktion G(x) [Muss nicht unbedingt sein, erleichtert aber das Leben 😉) und lösen die Ungleichung.

Praktischerweise nutzen wir den Bedingungsoperator. Die Lösung ist direkt ablesbar.



Hinweis:
Define, der *Solve-Befehl* und der *Bedingungsoperator* befinden sich auf der *Keyboard*-Tastatur bei *Math 3*.



Bedingungsoperator

Antwort: [1.050,88; 1.100]

Aufgabe 9 – Lineare Funktion

Gegeben ist eine lineare Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot x + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ und $a \neq b$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf alle $x \in \mathbb{R}$ zutreffen. *[2 aus 5]*

$f(x-1) = f(x) - f(0)$	☐
$f(x-1) = f(x) - a$	☐
$f(x+2) = f(x) + 2 \cdot b$	☐
$f(x+2) = f(x+1) + f(1)$	☐
$f(x+1) = f(x) + a$	☐

Lösung

Wir definieren die Funktion. Geben die Gleichungen wie in der Angabe ein und vereinfachen diese anschließend mit dem Simp -Button in der *Symbolleiste*.

```
Define f(x)=a·x+b
                                done
f(x-1)=f(x)-f(0)
                       a·(x-1)+b=a·x
simplify(ans)
                         a·x-a+b=a·x
f(x-1)=f(x)-a
                   a·(x-1)+b=a·x-a+b
simplify(ans)
                     a·x-a+b=a·x-a+b ✓
f(x+2)=f(x)+2×b
                   a·(x+2)+b=a·x+3·b
simplify(ans)
                   a·x+2·a+b=a·x+3·b
f(x+2)=f(x+1)+f(1)
             a·(x+2)+b=a·(x+1)+a+2·b
simplify(ans)
               a·x+2·a+b=a·x+2·a+2·b
f(x+1)=f(x)+a
                   a·(x+1)+b=a·x+a+b
simplify(ans)
                     a·x+a+b=a·x+a+b ✓
```

Antwort: Die 2. und 5. Zeile sind richtig.

Anmerkung: Hier spielt das CAS-Modul des ClassPad seine Stärke aus und die Aufgabe ist direkt mit dem ClassPad zu ermitteln. War wahrscheinlich nicht im Sinne des Aufgabenstellers oder der Aufgabenstellerin, aber es zeugt von Technologie-Kompetenz, wenn man diese Aufgabe so lösen kann.

Aufgabe 10 – Potenzfunktion

Gegeben ist eine Potenzfunktion *f* mit $f(x) = x^z$ mit $z \in \mathbb{Z}\setminus\{0\}$.

Es gilt: $f(1) = 2 \cdot f(2)$

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie *z*.

$z =$ __________

Lösung

Wir definieren die Funktion f(x) [Muss auch nicht unbedingt sein, erleichtert aber wiederum das Class-Pad-Leben 😉) und lösen die Gleichung.

```
Define f(x)=x^z
                         done
solve(f(1)=2×f(2),z
                       {z=-1}
```

Anmerkung: War wahrscheinlich nicht im Sinne des Aufgabenstellers oder der Aufgabenstellerin, aber es zeugt von Technologie-Kompetenz, wenn man diese Aufgabe so lösen kann.

Antwort: z=-1

Aufgabe 11 – Indirekte Proportionalität

Für die Mantelfläche *M* eines Drehzylinders mit dem Radius *r* und der Höhe *h* gilt:

$M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

Wenn eine der drei Variablen als konstant angenommen wird, beschreibt diese Gleichung einen funktionalen Zusammenhang zwischen den beiden anderen Variablen.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Zuordnungen an, die eine indirekte Proportionalität beschreiben. *[2 aus 5]*

$r \mapsto M(r)$	☐
$h \mapsto M(h)$	☐
$M \mapsto r(M)$	☐
$h \mapsto r(h)$	☐
$r \mapsto h(r)$	☐

Lösung

Anmerkung: Hier benötigt man das ClassPad nicht wirklich. Man kann sich jedoch mit dem solve-Befehl eine schöne Übersicht über die Funktionsstrukturen verschaffen und somit die Aufgabe relativ einfach lösen.

Wir geben in einem ersten Schritt die Formel (=Gleichung) ein und lösen sie nach den unterschiedlichen Variablen auf und erhalten somit eine schöne Struktur der damit verbundenen Funktionen. Die indirekte Proportion ist immer von der Form $f(x) = \frac{c}{x}$ $mit\ c \neq 0$.

M=2×π×r×h

$$M=2\cdot h\cdot r\cdot \pi$$

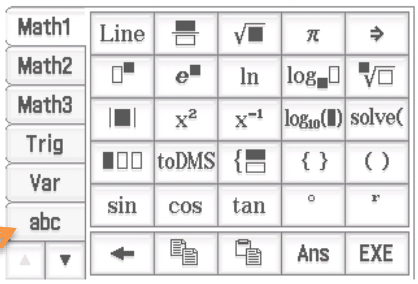
solve(M=2·h·r·π, r

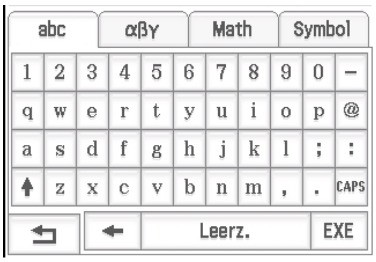
$$\left\{r=\frac{M}{2\cdot h\cdot \pi}\right\}$$

solve(M=2·h·r·π, h

$$\left\{h=\frac{M}{2\cdot r\cdot \pi}\right\}$$

Hinweis: die Buchstaben werden über die *Keyboard*-Tastatur bei *abc* eingegeben.





Antwort: 4. und 5. Zeile sind richtig.

Aufgabe 12 – Bakterienpopulation

Die zeitliche Entwicklung der Anzahl der Bakterien einer Bakterienpopulation kann modellhaft durch eine Exponentialfunktion N beschrieben werden.

$N(t) = N_0 \cdot 1{,}8^t$ mit $N_0 > 0$

t ... Zeit in h
$N(t)$ ... Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt t
N_0 ... Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt $t = 0$

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie, um wie viel Prozent sich die Anzahl der Bakterien pro Minute erhöht.

Lösung

Anmerkung: Ein "Einzeiler".

$(\sqrt[60]{1.8} - 1) \times 100$

0.9844586656 ✓

Antwort: 0,9845 %

Aufgabe 16 – Rennwagen

Die Funktion a beschreibt modellhaft die Beschleunigung eines Rennwagens bei einer bestimmten Fahrt.

Es gilt:

$a(t) = 6 \cdot t$ mit $0 \leq t \leq 3$

t ... Zeit in s mit $t = 0$ für den Beginn der Beobachtung
$a(t)$ ... Beschleunigung des Rennwagens zum Zeitpunkt t in m/s^2

Zu Beginn der Beobachtung beträgt die Geschwindigkeit des Rennwagens 35 m/s.

Die Funktion s mit $s(0) = 0$ beschreibt den bei dieser Fahrt zurückgelegten Weg des Rennwagens in Abhängigkeit von der Zeit t (t in s mit $0 \leq t \leq 3$, $s(t)$ in m).

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Gleichung der Funktion s auf.

$s(t) =$ ____________________

Lösung

Wir berechnen die beiden unbestimmten Integrale, um von der Beschleunigungsfunktion zur Geschwindigkeitsfunktion und anschließend zur Wegfunktion zu kommen. Für die Konstanten nutzen wir, dass v(0) =35 und s(0)=0.

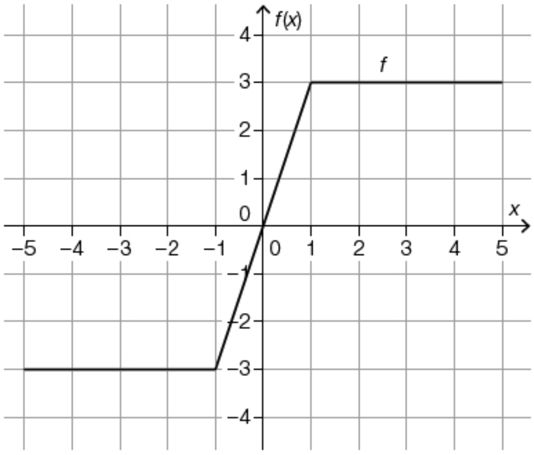
$$\int 6t\,dt$$
$$3 \cdot t^2$$
$$\int 3 \cdot t^2 + 35\,dt$$
$$t^3 + 35 \cdot t$$

Anmerkung: Ich persönlich erachte es als überaus sinnvoll, die richtige Variable, in diesem Fall t, zu verwenden. t kann im ClassPad ganz einfach mit der Zweitbelegung Shift + (eingegeben werden.

Antwort: $s(t)=t^3+35t$.

Aufgabe 18 – Bestimmtes Integral

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion *f* dargestellt.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den Wert des bestimmten Integrals $\int_{-3}^{2} f(x)\,dx$.

$\int_{-3}^{2} f(x)\,dx =$ __________

Lösung

Anmerkung: Wahrscheinlich nicht ganz im Sinne des Erfinders oder der Erfinderin, jedoch zeugt es wieder von Technologie-Kompetenz. Natürlich könnte man das Integral anhand der Fläche relativ leicht ausrechnen. Man muss dabei aber an die Vorzeichen denken.

Wir nutzen die Möglichkeit der abschnittsweise definierten Funktion im ClassPad. Danach ist es nur mehr eine Berechnung. Zuerst geben wir den Define-Befehl ein.

Die abschnittsweise definierte Funktion erfolgt über die *Keyboard*-Tastatur in *Math3* mit dem Button . Durch mehrmaliges Drücken erhält man jeweils eine Eingabezeile dazu.

$$\text{Define } f(x)=\begin{cases}-3, & -3\le x\le -1\\ \frac{1}{3}x, & -1\le x\le 1\\ 3, & 1\le x\le 2\end{cases}$$

done

$$\int_{-3}^{2} f(x)\,dx$$

-3 ✓

Antwort: -3

Aufgabe 25 (Teil 2) – Golf

Aufgabenstellung a 2)

Die Flugbahn eines anderen Golfballs nach dem Abschlag wird durch die Funktion h_2 modelliert.

$$h_2(x) = -\frac{1}{140000} \cdot x^3 + \frac{5}{16} \cdot x$$

x ... waagrechte Entfernung vom Abschlagpunkt in m
$h_2(x)$ ... Flughöhe des Golfballs bei der Entfernung x in m

2) Berechnen Sie diejenige waagrechte Entfernung vom Abschlagpunkt, in der der Golfball auf dem Boden auftrifft. *[0/1 P.]*

Lösung

Wir definieren die Funktion und lösen nach der Nullstelle auf. Wir entscheiden uns für die einzig praktikable Lösung.

Define $h(x)=-\frac{1}{140000}x^3+\frac{5}{16}x$

done

solve(h(x)=0, x

{x=0, x=−209.1650066, x=209.1650066}

Antwort: ca. 209,2 m.

Aufgabe 26 (Teil 2) – Blobbing

Aufgabenstellung a 2) und a 3)

Die Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$ beschreibt modellhaft die Flugbahn des Blobbers vom Wegschleudern bis zum Auftreffen auf die Wasseroberfläche.

x ... waagrechte Entfernung des Blobbers vom Sprungturm in m
$h(x)$ ... Höhe des Blobbers über der Wasseroberfläche an der Stelle x in m

Die maximale Höhe des Blobbers entspricht 65 % der Absprunghöhe des Jumpers und wird in einer waagrechten Entfernung von 10,5 m vom Sprungturm erreicht.

2) Erstellen Sie ein Gleichungssystem, mit dem die Koeffizienten a, b und c der Funktion h berechnet werden können. *[0/½/1 P.]*

Gemäß diesem Modell trifft der Blobber in einer bestimmten waagrechten Entfernung vom Sprungturm auf die Wasseroberfläche.

3) Berechnen Sie diese Entfernung. *[0/1 P.]*

Lösung

Wir definieren die Funktion und nutzen ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten.

$$\text{Define } h1(x)=\frac{d}{dx}(h(x))$$

done

$$\begin{cases} h(8)=2.4 \\ h(10.5)=0.65\times 8 \\ h1(10.5)=0 \end{cases}\Bigg|_{a,b,c}$$

$$\{a=-0.448, b=9.408, c=-44.192\}$$

= Antwort a 2)

Anschließend definieren wir eine Funktion g(x) [Wir benötigen einen anderen Namen] indem wir mit Hilfe des *Bedingungsoperators* (siehe Aufgabe 7) die Koeffizienten einsetzen. Danach Berechnen wir die Nullstelle.

$$\text{Define } g(x)=h(x)\,|\,\{a=-0.448, b=9.408, c=-44.192\}$$

done

$$\text{solve}(g(x)=0$$

$$\{x=7.093074281, x=13.90692572\}$$

Anmerkung: 7,09 geht nicht, weil er erst bei 8 m abspringt 😉

Antwort a 3): 13,9 m

Aufgabe 27 (Teil 2) – Freizeitpark

Aufgabenstellung c

c) Bei jedem Fahrgeschäft erhält der Fahrgast ein Ticket, das nach dem Zufallsprinzip in 1 von *n* Farben unabhängig von den anderen Tickets ausgedruckt wird ($n \geq 3$).

Hat der Fahrgast 3 Tickets unterschiedlicher Farbe gesammelt, so gewinnt er einen Preis.

Die Anzahl *n* der Farben wird dabei so gewählt, dass die Wahrscheinlichkeit für den Gewinn eines Preises beim Kauf von 3 Tickets mindestens 70 % beträgt.

1) Berechnen Sie, wie groß *n* dafür mindestens sein muss.

$n =$ _________ *[0/1 P.]*

Lösung

Wir nutzen das ClassPad zur Lösung der Gleichung.

$$\mathrm{solve}\left(\frac{n}{n}\times\frac{n-1}{n}\times\frac{n-2}{n}\geq 0.7, n\right.$$

$$\{n\geq 9.281744193, n\leq 0.7182558071 \text{ and } n\neq 0\}$$

Antwort: n=10

Aufgabe 28 (Teil 2) – Pistazien

Aufgabenstellung a 1)

a) Das Unternehmen *Pistazienwunder* füllt Pistazien in Packungen ab und verkauft sie.

Die Kosten für die Produktion dieser Packungen werden durch die Polynomfunktion K modellhaft beschrieben. Der Erlös aus dem Verkauf dieser Packungen wird durch die lineare Funktion E modellhaft beschrieben.

Es wird angenommen, dass alle produzierten Packungen auch verkauft werden.

Es gilt:

$$K(x) = \frac{x^3}{10^6} - \frac{15 \cdot x^2}{10^4} + 1{,}5 \cdot x + 1000$$

$$E(x) = p \cdot x$$

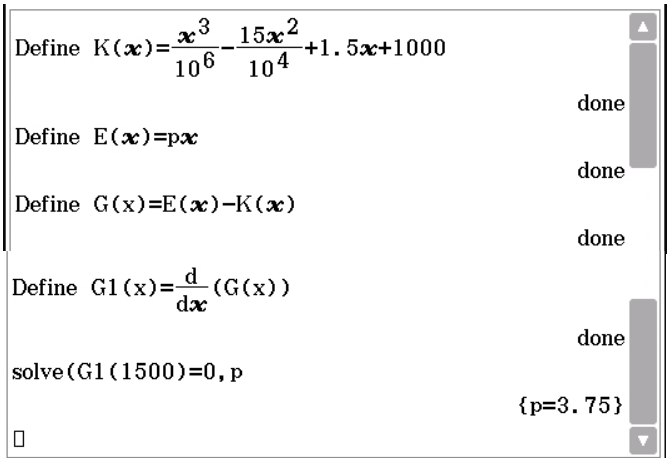
x ... Anzahl der produzierten und verkauften Packungen
$K(x)$ ... Kosten für die Produktion von x Packungen in Euro
$E(x)$ ... Erlös aus dem Verkauf von x Packungen in Euro
p ... Verkaufspreis in Euro pro Packung

Der maximale Gewinn wird beim Verkauf von 1 500 Packungen erzielt.

1) Berechnen Sie p. *[0/1 P.]*

Lösung

Wir definieren die Funktionen K(x) und E(x). Wir definieren als Differenz die Gewinnfunktion G(x). Berechnen von G(x) die erste Ableitung und setzen diese Null und erhalten die Lösung.



Antwort: p=3,75

Aufgabe 28 (Teil 2) – Pistazien

Aufgabenstellung b 1)

b) Das Logo des Unternehmens *Pistazienwunder* hat die Form einer Pistazie in der Ansicht von der Seite (siehe nebenstehende Abbildung).

Es gilt:

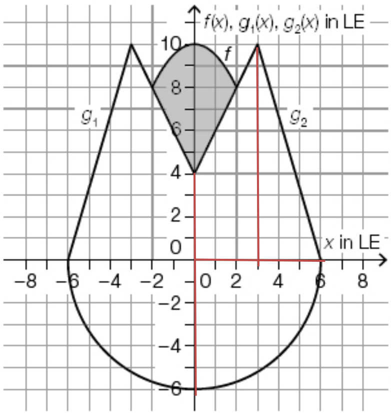
$g_1(x) = k_1 \cdot x + d_1$ mit $-6 \le x \le -3$

$g_2(x) = k_2 \cdot x + d_2$ mit $3 \le x \le 6$

$f(x) = -0{,}5 \cdot x^2 + 10$ mit $-2 \le x \le 2$

$x, f(x), g_1(x), g_2(x)$ ... Maße in Längeneinheiten (LE)

k_1, k_2, d_1, d_2 ... reelle Parameter



Der größere Teil des Logos wird von den Graphen der Funktionen g_1 und g_2 und zwei weiteren Strecken sowie von einem Halbkreis mit dem Mittelpunkt $M = (0|0)$ und dem Radius $r = 6$ LE begrenzt.

Der kleinere Teil des Logos wird vom Graphen der Funktion f und von zwei Strecken begrenzt und ist in der Abbildung grau markiert dargestellt.

Die Eckpunkte des größeren Teils des Logos haben ganzzahlige Koordinaten.

1) Berechnen Sie den Anteil p_A des Flächeninhalts der grau markierten Fläche am gesamten Flächeninhalt des Logos in Prozent. *[0/1 P.]*

Lösung

Da die Figur symmetrisch ist und wir nur den relativen Anteil der grauen Fläche berechnen sollen, genügt es, wenn wir nur den Teil auf der positiven x-Achse betrachten.

Die kleine Fläche ergibt sich als Integral von f(x) abzüglich der linearen Strecke s(x). Die übrige Fläche setzt sich aus einem Trapez, einem Dreieck und einem Viertelkreis zusammen.

```
Define f(x)=-0.5x^2+10
                         done
Define s(x)=2x+4
                         done
∫_0^2 f(x)-s(x)dx
                  6.666666667
(10+4)×3
   2
                           21
3×10
 2
                           15
9π
                  28.27433388
```

```
21+15+9π+6.66666666667
                  70.94100055
6.66666666667
------------- ×100
 70.94100055
                  9.397480463
```

Antwort: 9,4 %