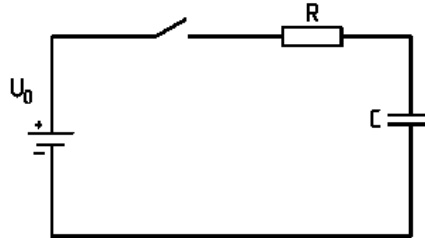
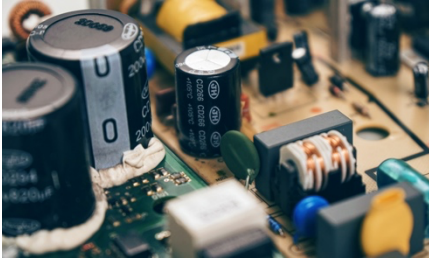


Kondensatorspannung beim Aufladen eines Kondensators



Einführung

In einem Stromkreis mit einem Ohm'schen Widerstand R und einem Kondensator mit der Kapazität C wird ein Gleichstrom mit einer Spannung U_0 eingeschaltet. Der Kondensator ist zu Beginn des Vorgangs ungeladen.

Der zeitliche Verlauf der Kondensatorspannung kann mithilfe der Funktion u_C beschrieben werden.

$$u_C(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{1000 \cdot R \cdot C}})$$

t ... Zeit ab Beginn des Aufladevorgangs in Millisekunden (ms)

$u_C(t)$... Kondensatorspannung zur Zeit t in Volt (V)

Aufgabe

Es gilt: $U_0 = 100 \text{ V}$; $R = 250 \text{ } \Omega$; $C = 1 \text{ } \mu\text{F}$

- 1) Erstelle eine Wertetabelle von u_C im Zeitintervall $[0 \text{ ms}; 4 \text{ ms}]$ mit einer Schrittweite von $0,2 \text{ ms}$.
Stelle die Funktion u_C in diesem Zeitintervall grafisch dar.
- 2) Gib an, welchem Endwert sich die Kondensatorspannung nähert.
- 3) Ermittle, nach welcher Zeit die Kondensatorspannung 95 % des Endwerts erreicht hat.

Lösung

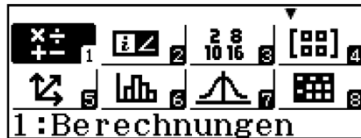
1) Erstellen einer Wertetabelle und Darstellen des Graphen der Funktion:

$$u_C(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{1000 \cdot R \cdot C}}) \quad \text{mit } U_0 = 100 \text{ V}; R = 250 \Omega; C = 1 \mu\text{F}$$

Zu Beginn arbeiten wir in der Anwendung #1: Berechnungen und speichern die gegebenen konstanten Werte ab.

Anwendung #1 auswählen:

ON **MENU** **1**



Liste der gespeicherten Konstanten anzeigen:

SHIFT **STO**

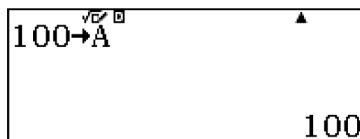
A=0	B=0
C=0	D=0
E=0	F=0
M=0	Σ=0
∫=0	

Falls das Löschen von Konstanten nötig ist:

[SHIFT][9][2]

Zuweisen der Werte:

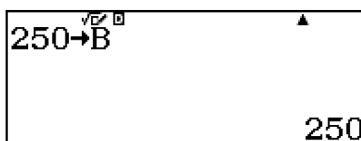
1 **0** **0** **STO** **(←)**



$U_0 = 100 \text{ V}$

100 → A

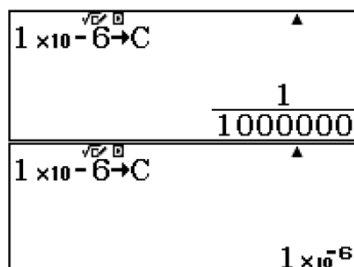
2 **5** **0** **STO** **□□□**



$R = 250 \Omega$

250 → B

1 **x10⁻⁶** **(←)** **6** **STO** **∞** **ENG**



$C = 1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$

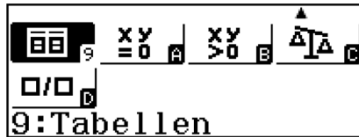
$10^{-6} \rightarrow C$

Wechsel auf Engineering Format:

ENG

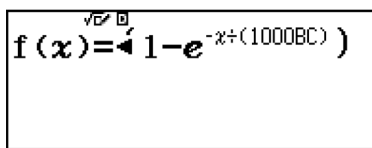
Zum Erstellen der Wertetabelle wird die Anwendung #9:Tabellen aufgerufen.

MENU 9



Nun kann u_c als Funktion $f(x)$ eingegeben werden.

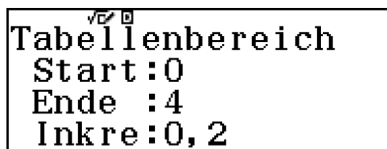
ALPHA (←) (C) 1 = SHIFT ln (←) ALPHA) ÷ (C) 1 0 0 0 ALPHA " " ALPHA x^y)



- Bei der Eingabe der Funktion ist zu beachten:
- > Die Funktionsvariable ist immer x.
- > Bei Verwendung der gespeicherten Konstanten kann auf das Mal-Zeichen verzichtet werden.

Nach der Bestätigung der Eingabe mit [=] kann eine zweite Funktion $g(x)$ eingegeben werden oder diese Eingabe durch ein weiteres [=] übergangen werden. Nun können Anfangswert (Start) und Endwert (Ende) der Tabelle sowie die Schrittweite (Inkre) festgelegt werden.

≡ ≡ 0 ≡ 4 ≡ 0 , 2



- Als Startwert wird 0 (Beginn des Vorgangs) gewählt.
- Als Endwert wird 4 gewählt (der Kondensator ist innerhalb weniger Millisekunden fast vollständig aufgeladen).

Nach Bestätigung mit [=] wird der Beginn der Wertetabelle angezeigt. Mithilfe der Cursortasten kann man in der Wertetabelle nach unten bzw. oben scrollen.

x	f(x)
1	0
2	0,2 55,067
3	0,4 79,81
4	0,6 90,928


...

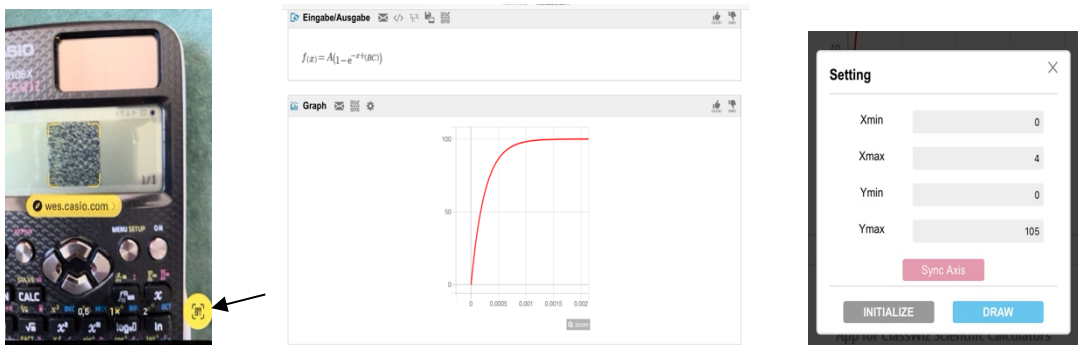
x	f(x)
18	3,4 99,999
19	3,6 99,999
20	3,8 99,999
21	4 99,999

Mithilfe eines QR-Codes ist es möglich, den Funktionsgraphen der zuvor eingegebenen Funktion $f(x)$ auf ein Handy, Tablet oder einen PC zu übertragen. Der dazu benötigte QR-Code wird mittels [SHIFT][OPTN] erzeugt.

SHIFT **OPTN**



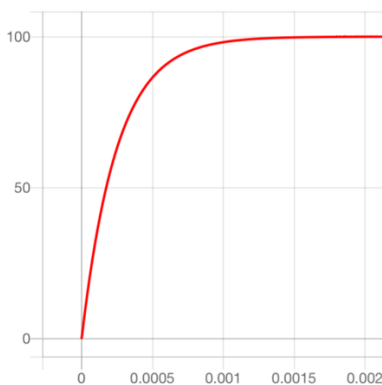
Nach dem Scannen (zB mittels Handy) kann man die Grafik im Browser aufrufen oder weiterleiten. Der dargestellte Bereich kann in den Einstellungen oder direkt am Touchscreen geändert werden. 



2) Ermitteln des Endwerts, dem sich die Kondensatorspannung nähert:

t	$f(x)$
18	3,4 99,999
19	3,6 99,999
20	3,8 99,999
21	4 99,999

Sowohl anhand der Wertetabelle als auch mithilfe des Funktionsgraphen erkennt man, dass sich die Kondensatorspannung dem Wert 100 V nähert.



Argumentation anhand der Funktionsgleichung:

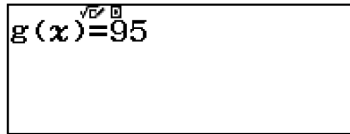
$$u_C(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{1000 \cdot R \cdot C}}\right)$$

→ 0 für große Werte von t

3) Ermitteln der Zeit, nach der die Kondensatorspannung 95 % des Endwerts erreicht hat:

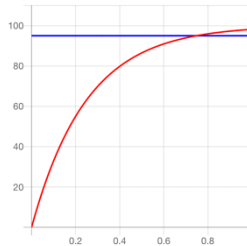
Endwert von $u_c \dots 100 \text{ V} \Rightarrow 95 \%$ des Endwerts $\dots 95 \text{ V}$

[AC] [AC] [=] [9] [5]



In der Wertetabelle soll nun die Funktion $g(x) = 95$ ergänzt werden. Um von der Tabelle zum Bildschirm mit der Eingabe von $g(x)$ zurückzukommen, wird [AC][AC] verwendet.

x	f(x)	g(x)
3	79,81	95
4	90,928	95
5	95,923	95
6	98,168	95



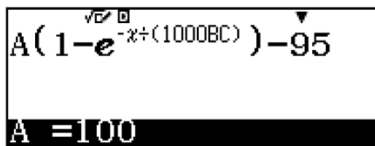
Jetzt kann eine Grafik wie oben beschrieben erzeugt werden.

Die gesuchte Zeit muss also zwischen 0,6 ms und 0,8 ms liegen.

Den genauen Wert erhalten wir als Lösung der folgenden Gleichung:

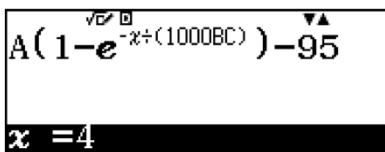
$$U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{1000 \cdot R \cdot C}}\right) = 0,95 \cdot U_0$$

[MENU] [1] [ALPHA] [←] [C] [1] [-] [SHIFT] [ln] [←] [ALPHA] [)] [÷] [C] [1] [0] [0] [0] [ALPHA] ["] [ALPHA] [x^] [)] [▶] [)] [=] [9] [5] [SHIFT] [CALC]



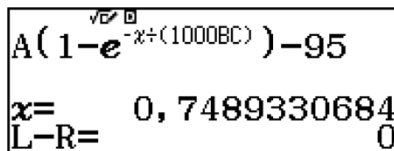
Die Verwendung des Befehls [SOLVE] erfordert die Eingabe in der Form $L - R = 0$.

$$A \cdot \left(1 - e^{-\frac{x}{1000 \cdot B \cdot C}}\right) - 95 = 0$$



Als Gleichungsvariable wird zunächst automatisch die erste vorkommende Variable angenommen. Mithilfe der Cursortaste scrollen wir nach unten zur gewünschten Variablen und lösen die Gleichung numerisch mit [=].

[=]



Nach rund 0,75 ms hat die Kondensatorspannung 95 % des Endwerts erreicht.

Literaturhinweis:

Mathematik mit technischen Anwendungen 2; Sidlo et al.; Verlag hpt