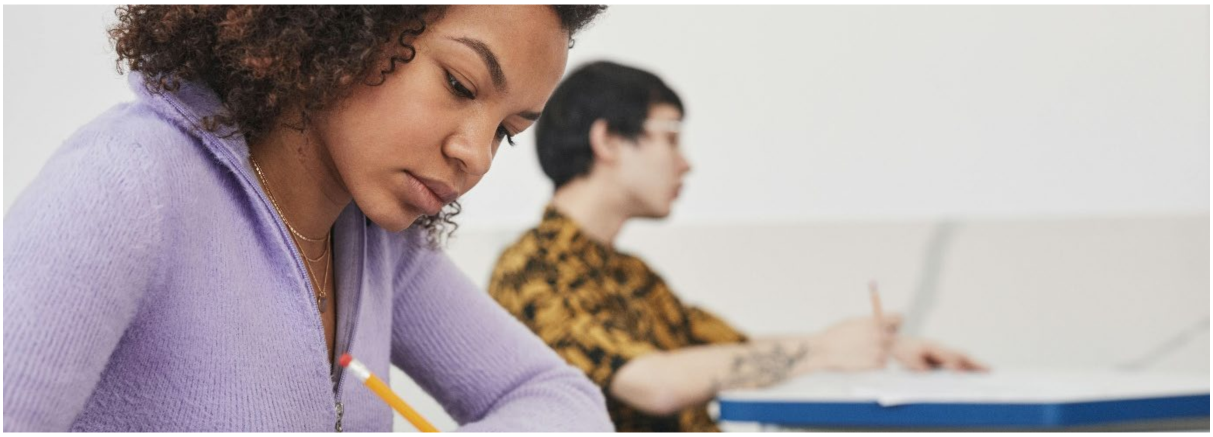
SRDP 08.05.2025 – Angewandte Mathematik – **HAK**

Technologische Lösungsmöglichkeiten mit dem ClassPad II



Einführung

Auch bei dieser Matura ist das ClassPad wieder ein bestens bewährter Weggefährte zur Lösung der Aufgaben der SRDP der Handelsakademie.

Das Aufgabenheft sowie die Lösungen sind unter https://www.matura.gv.at/downloads als pdf-Dokument abrufbar.

Ich werde jeder Aufgabe eine Seite widmen und die jeweiligen technologie-relevanten Beispiele behandeln. Sollte nichts angegeben sein, so wird die Aufgabe in der 

-Anwendung ausgeführt.

Ergebnisse des ClassPads, die die Lösung der Aufgabe darstellen, wurden mit einem grünen Häkchen markiert.

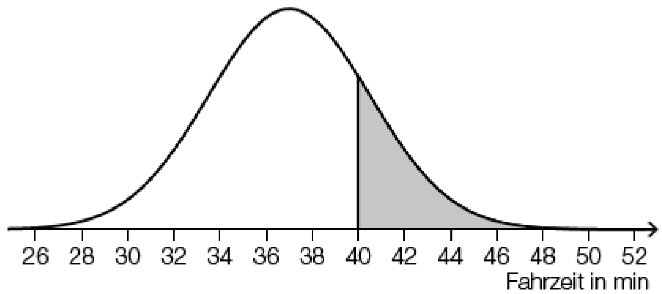
Los geht´s!

Aufgabe 1 – Fahrzeiten

b) Die Fahrzeit von Anna wird durch die normalverteilte Zufallsvariable Y mit dem Erwartungswert $\mu = 37$ min und der Standardabweichung $\sigma = 3{,}5$ min modelliert.

1) Berechnen Sie dasjenige um μ symmetrische Intervall, in dem eine zufällig ausgewählte Fahrzeit mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % liegt. *[0/1 P.]*

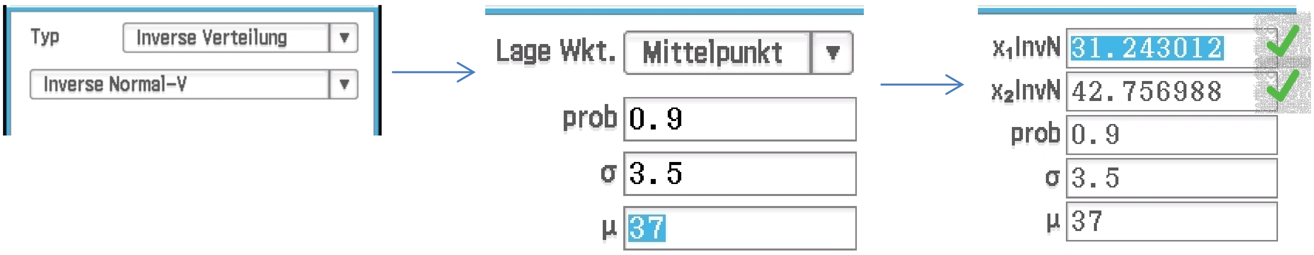
In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



Lösung

Öffne die 

-Anwendung und stelle über die Menüleiste *Calc/Inverse Verteilung* "*Inverse Normal-V* " ein. Gib anschließend die Werte in der Maske ein und lies das Ergebnis direkt ab.



Antwort: [31,24 ; 42,76]

Aufgabe 2 – Kino

Für Aufgabe 2 wird im Wesentlichen nur die Taschenrechnerfunktion verwendet. Es ist jedoch einfach, mit dem ClassPad bei Teilaufgabe a) das Gleichungssystem auch zu berechnen.

a) Eine bestimmte Kinovorstellung wird ausschließlich von Erwachsenen und Kindern, insgesamt 76 Personen, besucht.
Die Hälfte der Erwachsenen und 75 % der Kinder konsumieren während dieser Kinovorstellung Getränke. Insgesamt konsumieren 50 Personen während dieser Kinovorstellung Getränke.

x ... Anzahl der Erwachsenen in dieser Kinovorstellung
y ... Anzahl der Kinder in dieser Kinovorstellung

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von *x* und *y*. *[0/½/1 P.]*

Lösung

Aktiviere mit Keyboard die Softwaretastatur und erstelle unter Math1 mit ein Gleichungssystem und löse es nach x und y.

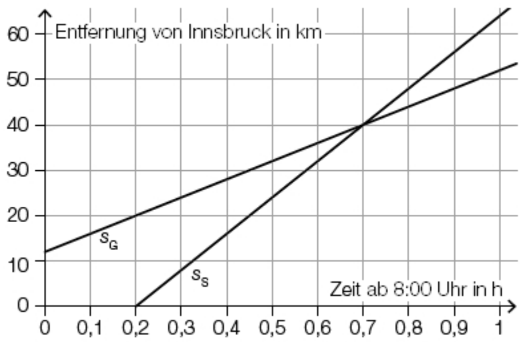
$$\begin{cases} x+y=76 \\ 0.5x+0.75y=50 \end{cases}\Bigg|_{x,\,y}$$

$$\{x=28,\ y=48\}$$

Aufgabe 3 – Zugfahrt

a) Die Stadt Hall liegt auf der Strecke zwischen Innsbruck und Salzburg und ist 12 km von Innsbruck entfernt. Um 8:00 Uhr fährt in Hall ein Güterzug in Richtung Salzburg ab.
Einige Zeit später fährt in Innsbruck ein Schnellzug ebenfalls in Richtung Salzburg ab.

In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Weg-Zeit-Funktionen der beiden Züge dargestellt. Dabei wird modellhaft angenommen, dass die jeweilige Geschwindigkeit der beiden Züge während ihrer Fahrt konstant ist.



Die Fahrt des Güterzugs wird durch die Weg-Zeit-Funktion s_G beschrieben.
Die Fahrt des Schnellzugs wird durch die Weg-Zeit-Funktion s_S beschrieben.

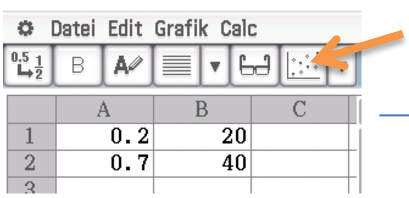
t … Zeit ab 8:00 Uhr in h
$s_G(t)$ … Entfernung des Güterzugs von Innsbruck zur Zeit t in km
$s_S(t)$ … Entfernung des Schnellzugs von Innsbruck zur Zeit t in km

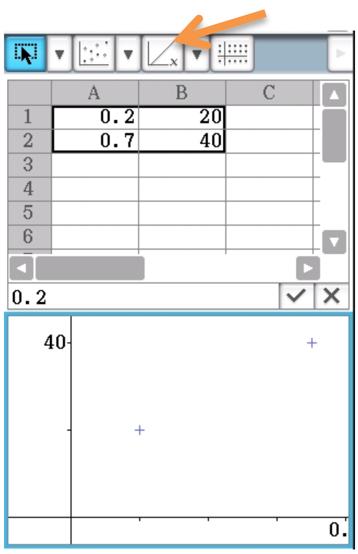
1) Stellen Sie eine Gleichung der Weg-Zeit-Funktion s_G auf. *[0/1 P.]*

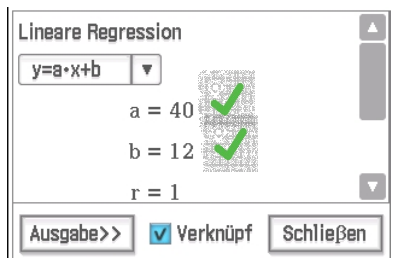
Lösung

Wenn man aus 2 gegebenen Punkten eine lineare Funktionsgleichung ermittlen soll, so geschieht das sehr einfach mit der "Linearen Regression". Ich habe die Punkte (0,2|20) und (0,7|40) aus der Graphik ausgewählt.

Öffne das Modul Tabellen-kalkulat. und gib die Werte lt. Angabe ein. Markiere anschließend die eingegebenen Werte und drücke auf den "Scatter-Button" . Führe anschließend eine lineare Regression durch Drücken auf durch. a entspricht dem k und b dem d.







Antwort: $S_G(t)=40t+12$

b) Ein bestimmter Zug fährt ohne Zwischenstopp von Innsbruck nach Völs. Die Fahrzeit beträgt 4 min.

Der zurückgelegte Weg lässt sich näherungsweise durch die Weg-Zeit-Funktion s beschreiben.

$s(t) = -0{,}12 \cdot t^3 + 0{,}72 \cdot t^2 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 4$

t … Zeit nach der Abfahrt in min
$s(t)$ … zurückgelegter Weg zur Zeit t in km

1) Zeigen Sie, dass dieser Zug nach 4 min stillsteht. *[0/1 P.]*

2) Ermitteln Sie die maximale Geschwindigkeit dieses Zuges in km/h. *[0/1 P.]*

Lösung 1)

Die erste Ableitung von s(t) ist die Geschwindigkeitsfunktion v(t). Der Zug steht still, wenn v(t)=0.

[1] Definiere s(***t***). Der Befehlt *Define* ist in der Softwaretastatur bei Math3 zu finden.
Tipp: Nutze für die Variable ***t*** die Zweitbelegung mit [Shift] [( ].

[2] Definiere die erste Ableitung v(***t***) und verwende dabei im Register [Math2] den Befehl $\frac{d}{d\square}\square$. Nutze zur Eingabe von s(t) gemütlich die Drag & Drop-Funktion des ClassPads.

[3] Berechne mit dem solve-Befehl [solve(] im Register [Math3] die Nullstelle von v(***t***).

Define $s(t)=-0.12t^3+0.72t^2$

done

Define $v(t)=\frac{d}{dt}(s(t))$

done

solve(v(t)=0,t

{t=0,t=4}

Antwort: Der Zug steht nach 4 Sekunden still, da v(4)=0.

Lösung 2)

Die maximale Geschwindigkeit ist an einer Extremstelle der Geschwindigkeitsfunktion. Wir arbeiten einfach weiter – deshalb kommt jetzt auch [4].

[4] Definiere die erste Ableitung v1(***t***) wie bei [2].

[5] Berechne mit dem solve-Befehl $\boxed{\text{solve(}}$ die Nullstelle von v1(***t***).

[6] Setze das Ergebnis in v(***t***) ein und Du erhältst die Geschwindigkeit in km/min.

[7] Multipliziere das Ergebnis mit 60 und Du erhältst die Geschwindikeit in km/h.

Anmerkung (für Nerds): Man müsste streng genommen noch prüfen, ob t=2 auch wirklich eine Maximumsstelle (und keine Minimumsstelle) von v(t) ist. Aber wenn beim Ergebnis bei einer 4-Minuten Zugfahrt 86,4 km/h herauskommt, wird es sehr wahrscheinlich keine Minimalgeschwindigkeit sein. 😉

$\text{Define } v1(t)=\frac{d}{dt}(v(t))$

done

solve(v1(*t*)=0,*t*

{t=2}

v(2)

1.44

1.44×60

86.4

Antwort: Die maximale Geschwindigkeit dieses Zuges beträgt 86,4 km/h.

Aufgabe 4 – Erderwärmung

c) Für die Funktion E gilt:

$E(t) = 0{,}23 \cdot 1{,}037^t$

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1980
$E(t)$ … (modellhafte) Temperaturanomalie zur Zeit t in °C

1) Interpretieren Sie die Zahl 1,037 im gegebenen Sachzusammenhang. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie mithilfe der Funktion E, nach welcher Zeit die Temperaturanomalie 2,5 °C beträgt. *[0/1 P.]*

Lösung 2)

Berechne mit dem solve-Befehl $\boxed{\text{solve(}}$ jene Stelle, an der die Temperaturanomalie 2,5 beträgt.

$$\text{solve}(0.23\times 1.037^{t}=2.5,t$$

$$\{t=65.67134615\}$$

Antwort: Nach 65,7 Jahren.

Aufgabe 7 – Kleiderständer (Teil B)

Ein Betrieb stellt Kleiderständer her.

a) Mittels einer Befragung wurde der Zusammenhang zwischen der nachgefragten Menge und dem Preis von Kleiderständern der Marke A untersucht.
In der nachstehenden Tabelle sind die ermittelten Daten dargestellt.

nachgefragte Menge in ME	40	60	70	90
Preis in GE/ME	82	72	64	55

1) Stellen Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung der linearen Preisfunktion der Nachfrage p_N auf.

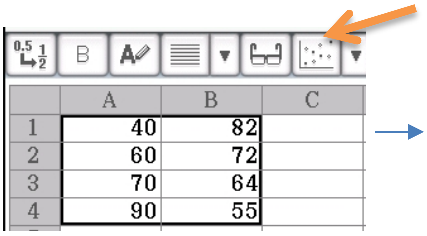
$p_N(x)$ = ______________________________

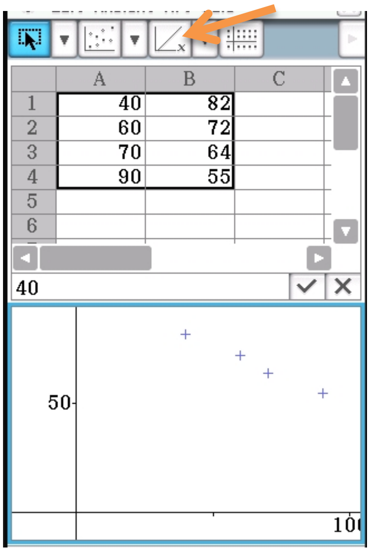
x … nachgefragte Menge in ME
$p_N(x)$ … Preis bei der Menge x in GE/ME *[0/1 P.]*

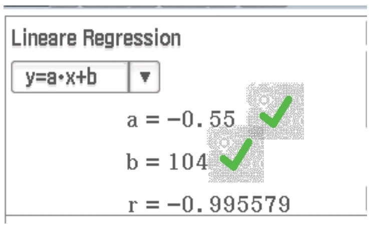
2) Berechnen Sie mithilfe von p_N die Sättigungsmenge. *[0/1 P.]*

Lösung

1) Wir führen analog wie bei Aufgabe 3 – Zugfahrt eine Regressionsanalyse durch.

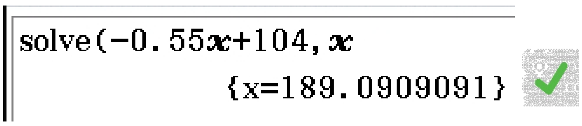






Antwort: $p_N(x) = -0{,}55x + 104$

2) Die Sättigungsmenge ist die Nullstelle der Funktion $p_N(x)$.



Antwort: Die Sättigungsmenge beträgt 189,1 ME.

Für die zugehörige Gewinnfunktion G gilt:

$G(x) = -0{,}001 \cdot x^3 - 0{,}02 \cdot x^2 + 22{,}4 \cdot x - 200$

x … abgesetzte Menge in ME
$G(x)$ … Gewinn bei der Menge x in GE

3) Berechnen Sie den Cournot'schen Preis. *[0/1 P.]*

Lösung

Der Cournot´sche Preis ist jener Preis, an dem die Gewinnfunktion maximal ist.

[1] Definiere G(***x***). Der Befehlt *Define* ist in der Softwaretastatur bei Math3 zu finden.

[2] Definiere die erste Ableitung G1(***x***) und verwende dabei im Register Math2 den Befehl $\frac{d}{dx}$. Nutze zur Eingabe von G(***x***) gemütlich die Drag & Drop-Funktion des ClassPads.

[3] Berechne mit dem solve-Befehl solve(im Register Math3 die Nullstelle von G1(***x***).

```
Define G(x)=-0.001x^3-0.02x^2+22.4x-200
                                        done
Define G1(x)=d/dx(G(x))
                                        done
solve(G1(x)=0
                          {x=80,x=-93.33333333}
```

[4] Kontrolliere noch (nicht ganz präzise), ob es sich wirklich um eine Maximumsstelle handelt, indem Du x=80 in die Gewinnfunktion einsetzt und zB noch x=75 und Du siehst, dass G(80)>G(75) ist.

[5] Setze nun noch x=80 in $p_N(x)$ ein und Du erhältst den Cournot´schen Preis.

```
solve(G1(x)=0
     {x=80,x=-93.33333333}
G(80)
                       952
G(75)
                   945.625
-0.55x+104|x=80
                        60
```

Antwort: Der Cournot´sche Preis beträgt 60GE/ME.

Aufgabe 8 – Konsumkredite (Teil B)

Konsumkredite werden aufgenommen, um den Kauf von Gegenständen des persönlichen Bedarfs wie etwa neuen Möbeln oder Elektrogeräten zu finanzieren. Auch das Überziehen eines Kontos oder die Nutzung von Ratenzahlungen können als Konsumkredit bezeichnet werden. Dabei fallen oft hohe Zinsen an.

a) Herr Donner richtet in seiner Wohnung ein Heimkino ein. Um die Rechnung für das Heimkino sofort bezahlen zu können, überzieht er sein Konto. Der Kontostand ist nun negativ und beträgt € –2.350.

Nach einem Monat zahlt er auf sein Konto € 1.200 ein.
Nach einem weiteren Monat zahlt er erneut € 1.200 auf sein Konto ein.

Unmittelbar nach der 2. Einzahlung ist der Kontostand positiv und beträgt € 16,58.

1) Stellen Sie eine Gleichung zur Berechnung des Monatszinssatzes i_{12} auf, mit dem bei dieser Kontoüberziehung gerechnet wird. *[0/1 P.]*

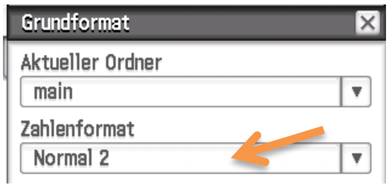
2) Berechnen Sie den zugehörigen effektiven Jahreszinssatz. *[0/1 P.]*

Lösung a)

1) Anmerkung: Der Einfachheit halber habe ich statt i_{12} für die ClassPad-Eingabe x verwendet 😉

```
solve(−2350×(1+x)^2+1200×(1+x)+1200=16.58,x
                {x=−1.498849829,x=9.488126379E-3}
```

Der negative Wert fällt weg und somit bleibt für i_{12}=0,0094881263 % übrig. Achtung: Die Ausgabe ist im wissenschaftlichen Modus angegeben. Du kannst dies aber ändern, wenn Du bei den Einstellungen (Zahnrad links oben) bei Grundformat bei Zahlenformat "Normal 2" einstellst".




```
solve(−2350×(1+x)^2+1200×(1+x)+1200=16.58,x
                {x=−1.498849829,x=0.00948812637}
```

Antwort 1) : i_{12}=0,0094881263 %

2) $i_{12}+1=q_{12} \rightarrow q_{12}{}^{12}=q \rightarrow q-1=i$

```
0.00948812+1
                    1.00948812
1.0094881^12-1
                  0.1199907745
```

Antwort 2) i=12%

b) Ein Elektronikmarkt bietet Ratenzahlungen an.

Herr Pecile kauft bei diesem Elektronikmarkt einen neuen Fernseher zu einem Preis von € 4.499. Er vereinbart nachschüssige Monatsraten bei einer Laufzeit von 4 Jahren und einem fixen Monatszinssatz von 1,15 %.

1) Berechnen Sie die zugehörige Ratenhöhe. *[0/1 P.]*

Lösung b)

Variante 1: Lösung mit dem solve-Befehl

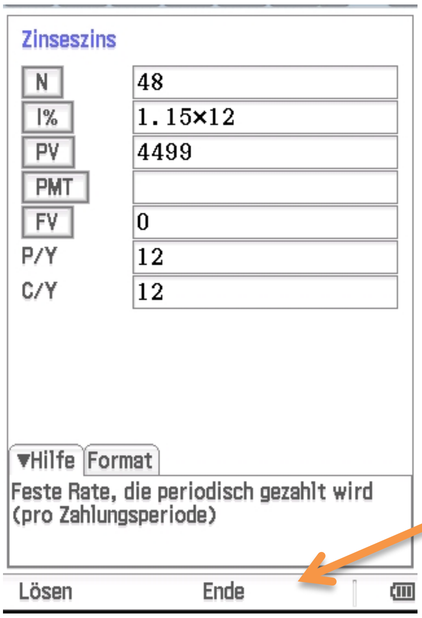
$$\text{solve}\left(4499=R\times\frac{1.0115^{48}-1}{0.0115}\times\frac{1}{1.0115^{48}},R\right)$$

$$\{R=122.4909263\}$$

Antwort: Die dazugehörige Ratenhöhe beträgt 122,49 €.

Variante 2: Lösung mit dem Modul Finanz-mathematik

[1] Wähle das Teilprogramm "Zinseszins" und fülle die Maske wie abgebildet aus.



N: Anzahl der Zahlungsperioden (4x12)
i%: Nominaljahreszins (1,15x12)
PV: Barwert (4.499)
PMT: Rate (*bleibt frei - wird berechnet*)
FV: Endwert (0)
P/Y: Anzahl der Ratenzahlungen/Jahr (12)
C/Y: Anzahl der Verzinsungsperiondn/Jahr (12)

Untere Zeile: "Ende" – da **nachschüssig**

[2] Drücke zur Berechnung der Ratenhöhe PMT .Du erhältst die Lösung.

Anmerkung: Zahlungsströme werden mit einem negativen Vorzeichen ausgegeben.

Aufgabe 9 – Fruchtgetränke und Fruchtmus (Teil B)

Ein Unternehmen produziert Fruchtgetränke und Fruchtmus für Kinder.

a) Aus Apfelmus, Bananenmus und Mangomus werden zwei verschiedene Sorten Fruchtmus gemischt und in Flaschen abgefüllt. Die Flaschen werden in den zwei unterschiedlichen Packungen P_1 und P_2 verkauft.

Die Matrix ***A*** gibt die Menge an Apfelmus, Bananenmus und Mangomus, die in jeweils einer der Packungen enthalten ist, in Gramm an. Sie kann folgendermaßen berechnet werden:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 90 & 50 \\ 35 & 25 \\ 0 & 50 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

1) Geben Sie die Anzahl der Zeilen und Spalten von ***A*** an.

Anzahl der Zeilen von ***A***: __________

Anzahl der Spalten von ***A***: __________ *[0/1 P.]*

Von der Matrix ***A*** ist das Matrixelement $a_{11} = 370$ bekannt.

2) Berechnen Sie x. *[0/1 P.]*

Lösung

[1] Führe die Matrizenmultiplikation aus. Das Eingeben der Matrizen erfolgt über die Softwaretastatur unter Math2 mit . Zeilen und Spalten können mit den benachbarten Buttons und hinzugefügt werden. Die Matrizenmultiplikation wird im ClassPad als normale Multiplikation eingegeben.

[2] Löse die Gleichung und nutze dazu die Drag&Drop-Funktion des ClassPads.

$$\begin{bmatrix} 90 & 50 \\ 35 & 25 \\ 0 & 50 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 90\cdot x+100 & 230 \\ 35\cdot x+50 & 95 \\ 100 & 50 \end{bmatrix}$$

solve(90·x+100=370, x

{x=3}

Antwort 2) x=3

b) Die Fruchtgetränke werden ebenfalls in Flaschen abgefüllt. Die Füllmenge einer Flasche wird durch die normalverteilte Zufallsvariable X mit dem Erwartungswert $\mu = 128$ g modelliert.

Die Füllanlage wird so eingestellt, dass nur 1 Promille der Flaschen weniger als 125 g Füllmenge hat.

1) Berechnen Sie die zugehörige Standardabweichung σ. *[0/1 P.]*

Lösung

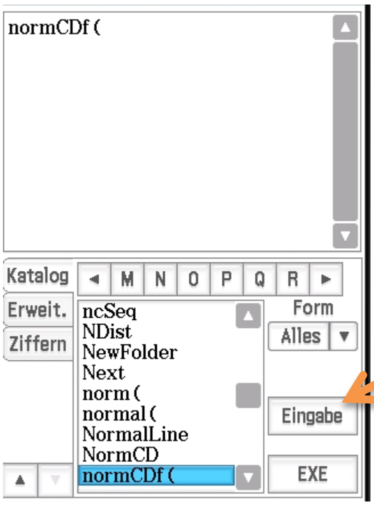
Zur Berechnung der Standardabweichung oder des Mittelwertes bei einer normalverteilten Zufallsvariable gibt es einen Befehl, den man sich merken sollte.

Der Syntax lautet: normCDF(untere,obere,σ,μ)

Du findest den Befehl im Befehlskatalog auf der Softwaretastatur.

[1] Öffne die Softwaretastatur und tippe auf den Pfeil unter abc.

[2] Tippe beim Alphabetsregister auf "N" und scrolle zum gewünschten Befehl. Markiere diesen und tippe dann auf "Eingabe". Der Befehl wird dann übernommen.



[3] Da wir eine Gleichung lösen wollen fügen wir noch den *solve*-Befehl vor *normCDF* ein und füllen den Befehl wie unten angezeigt aus. Das Unendlich-Zeichen ist einfach mit der Zweitbelegung Shift + EXP einzugeben.

solve(normCDf(−∞, 125, x, 128)=0.001, x

{x=0.9708008016}

Antwort: σ=0,9708