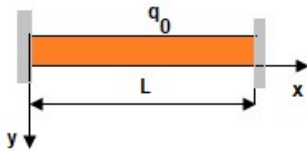


Biegelinie eines beidseitig eingespannten Trägers

Einführung



Belastet man einen beidseitig eingespannten Träger mit einer konstanten Streckenlast q_0 so wird die Trägerachse durchgebogen. Die Durchbiegung lässt sich formelmäßig durch die

Biegelinie y mit $y(x) = \frac{q_0}{E \cdot I} \cdot \frac{L^4}{24} \cdot \frac{x^2}{L^2} \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2$ beschreiben, wobei $E \cdot I$ die Biegesteifigkeit und L die Trägerlänge ist.

Aufgabe

- Vereinfache die Gleichung der Biegelinie, wenn für $L = 6,00$ m und $\frac{q_0}{E \cdot I} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-3}$ gelten.
- Die Biegelinie ist eine Polynomfunktion 4. Grades $y(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$. Ermittle die Koeffizienten a bis e .
- Bestimme die Nullstellen, Extremwerte sowie die Wendepunkte.
- Stelle die Biegelinie grafisch dar und ermittle daraus die maximale Durchbiegung.

Exemplarische Lösung

a)

The screenshot shows the 'Edit Action Interactive' window of the CASIO FX-CP400 ClassPad. The interface includes a toolbar with various mathematical functions and a main workspace. The workspace contains the following text and mathematical expressions:

```

L:=6
k:=5*10^-3
Define y(x)= $\frac{k*L^4}{24} * \frac{x^2}{L^2} * (1 - \frac{x}{L})$ 
done
expand(y(x))

$$\frac{x^4}{4800} - \frac{x^3}{400} + \frac{3 \cdot x^2}{400}$$


```

The bottom of the window shows the mode selection bar with 'Alg', 'Standard', 'Real', and 'Rad' options, and a calculator icon.

Definition der Länge $L = 6$ m.

Ersetzung von $\frac{q_0}{E \cdot I}$ durch $k = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-3}$

Mit *define* wird die Gleichung der Biegelinie unter $y(x)$ gespeichert.

Mit *expand* wird die Gleichung der Biegelinie vereinfacht.

b) Durch einen Koeffizientenvergleich erhält man: $a = \frac{1}{4800}$; $b = -\frac{1}{400}$; $c = \frac{3}{400}$; $d = e = 0$

c)

$\text{solve}(y(x)=0, x)$
 $\{x=0, x=6\}$

$\text{solve}\left(\frac{d}{dx}(y(x))=0, x\right)$
 $\{x=0, x=3, x=6\}$

$\frac{d^2}{dx^2}(y(x)) \mid x=0$
 $\frac{3}{200}$

$\frac{d^2}{dx^2}(y(x)) \mid x=3$
 $-\frac{3}{400}$

$\frac{d^2}{dx^2}(y(x)) \mid x=6$
 3

Alg Standard Real Rad

Nullstellen:

$$y(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 6$$

Extremstellen:

$$y'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 3; x_3 = 6$$

Mit der zweiten Ableitung erfolgt die Überprüfung, ob es sich um Extremstellen handelt.

$$y''(0) = \frac{3}{200} > 0 \Rightarrow \text{relatives Minimum}$$

$$y''(3) = -\frac{3}{400} < 0 \Rightarrow \text{relatives Maximum}$$

$$y''(6) = \frac{3}{200} > 0 \Rightarrow \text{relatives Minimum}$$

Edit Action Interactive
 $\frac{3}{200}$
 $y(0)$ 0
 $y(3)$ 0.016875
 $y(6)$ 0
 $\text{solve}\left(\frac{d^2}{dx^2}(y(x))=0, x\right)$
 $\{x=1.267949192, x=4.732050808\}$
 $y(1.267949192)$ $7.499999996E-3$
 $y(4.732050808)$ $7.499999996E-3$
 Alg Standard Real Rad

Berechnung der zugehörigen y-Werte:

$$E_1 = (0/0) \text{ Tiefpunkt}$$

$$E_2 = (3/ 0,017) \text{ Hochpunkt}$$

$$E_3 = (6/ 0) \text{ Tiefpunkt}$$

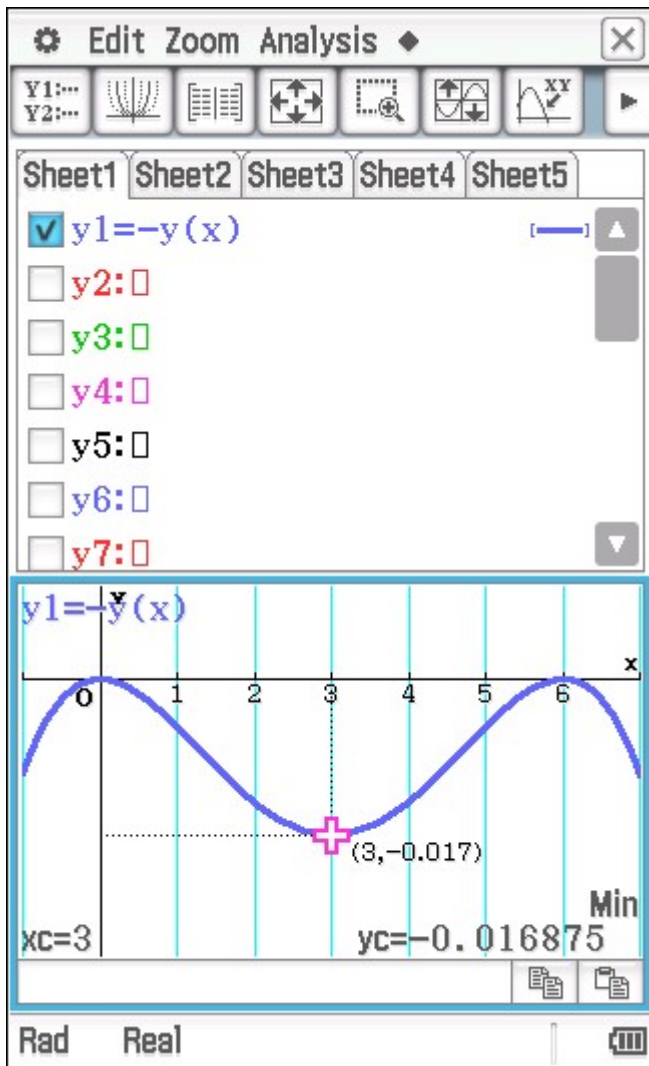
Wendestellen:

$$y''(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 1,27; x_2 = 4,73$$

$$W_1 = (1,27 / 0,0075);$$

$$W_2 = (4,73/0,0075)$$

d)



Um eine realistische Darstellung der Biegelinie zu erhalten wird im y Editor bei $y1 = -y(x)$ eingegeben.

Der Definitionsbereich der Biegelinie ist das abgeschlossene Intervall $[0m; 6m]$.

Die y-Koordinate des Tiefpunktes entspricht der maximalen Durchbiegung in m: $0,017m = 17\text{ mm}$

Literaturhinweis: Ingenieur-Mathematik 3 Timischl, Kaiser; Verlag E.DORNER