SRDP 03.05.2022 – Angewandte Mathematik – **HAK**

Technologische Lösungsmöglichkeiten mit dem ClassPad II

Einführung

Nachdem in diesem Schuljahr der Beschluss gefasst wurde, dass künftig auch in den Handelsakademien ein CAS-System für die Reifeprüfungen erforderlich sein wird, habe ich als HAK-Absolvent und nunmehriger Mathematiklehrer an einer AHS in Kärnten mit Freude ausprobiert, wie eine BHS-Reifeprüfung mit dem CASIO ClassPad II zu lösen ist. Alle an einen Technologieeinsatz gestellten Aufgaben waren bestens zu bewältigen.

Das Aufgabenheft sowie die Lösungen sind unter https://www.matura.gv.at/downloads als pdf-Dokument abrufbar.

Ich werde jeder Aufgabe eine Seite widmen und die jeweiligen technologie-relevanten Beispiele behandeln. Mitunter gebe ich auch mehrere Lösungs-möglichkeiten vor.

Sollte nichts angegeben sein, so wird die Aufgabe in der 

-Anwendung ausgeführt.

Los geht´s!

Aufgabe 1 - Winterdienst

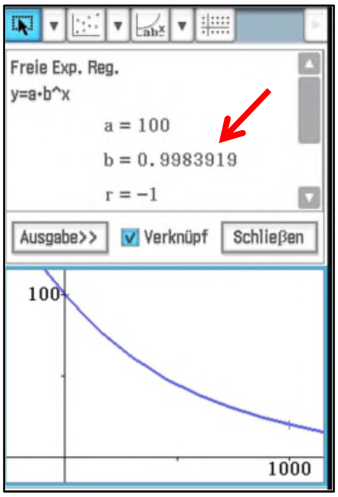
c1

Diese Aufgabe lässt sich sehr schön mit der Tabellenkalkulation und dem Regressionstool berechnen.

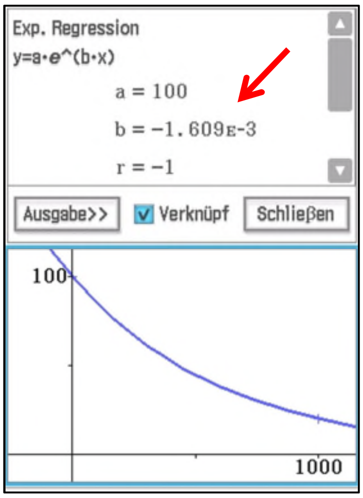
Wir gehen in die Tabellen-kalkulat.-Anwendung und geben die beiden Punkte P und Q ein.

	A	B	C
1	0	100	
2	1000	20	

. Danach drücken wir auf den Scatter-Button und es erscheint eine Punktwolke. Jetzt wählt man entweder oder (je nach gewünschter Form) aus und man erhält das Ergebnis.



$f(x) = 100 \cdot 0{,}99839^x$



$f(x) = 100 \cdot e^{-0{,}001609x}$

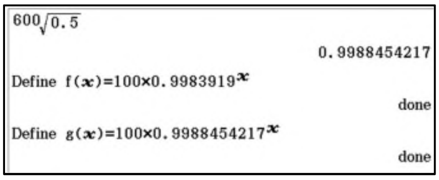
c2

```
solve(100×0.9983919^x=10,x
                {x=1430.715256}
```

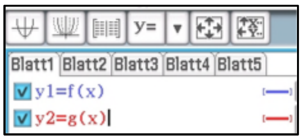
Antwort: Nach 1.431 Fahrzeugen

c3

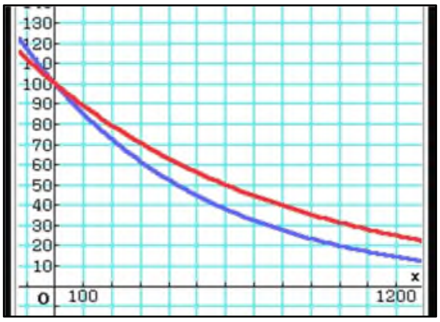
In einem ersten Schritt ermitteln wir *b* und definieren uns die beiden Funktionen f(x) und g(x). Dies ist für die Weiterverarbeitung im Grafikmodul von Vorteil, da das ClassPad alle Eingaben modulübergreifend verarbeiten kann.



Wir geben die beiden Funktionen ein



und drücken links oben auf  und lassen uns die Funktionen zeichnen. Mit dem  -Button können wir noch die richtige Skalierung wählen.



Aufgabe 2 - Papier

c1

Der Differenzenquotient lässt sich mit der - Anwendung sehr schön berechnen. Insbesondere sind die Formeleingaben mit dem Syntax von MS Excel identisch.

	A	B	C
1	1990	2.93	
2	2000	4.39	0.146
3	2012	5	0.05083
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			

=(B3-B2)/(A3-A2)

Antwort: Da die Differenzenquotienten ungleich sind, liegt kein lineares Modell vor.

d1

Aufgabe 3 – Stand-up-Paddling

a2

Nachdem in der Aufgabe eine Berechnung verlangt wird, wollen wir diese in der

$\sqrt{\alpha}$ Main -Anwendung wie folgt durchführen:

Es hat sich in der Praxis sehr bewährt, wenn man die jeweilige Funktion zuerst definiert und anschließend gleich die erste und zweite Ableitung bildet. Danach muss man nur noch die Gleichungen lösen und kontrollieren, ob es sich tatsächlich um ein Maximum handelt.

Praxistipp: Für die Ableitungen hat sich die Schreibweise f1(x) für die erste Ableitung, f2(x) für die zweite Ableitung usw. bewährt.

Define $f(x)=-0.0125x^3+0.02x^2+0.07x+0.2$ done

Define $f1(x)=\frac{d}{dx}(f(x))$ done

Define $f2(x)=\frac{d}{dx}(f1(x))$ done

solve$(f1(x)=0,x)\,|\,0\le x\le 4$ $\{x=2\}$

→

$f2(2)$ -0.11

$f(0)$ 0.2

$f(4)$ 0

$f(2)$ 0.32

2×0.32 0.64

Antwort: Die maximale Breite b des Boards beträgt 0,64 m.

Praxistipp: Speziell bei Wirtschaftsanwendungen hat sich der "Bedingungs-operator" sehr bewährt. Wir werden ihn noch öfter treffen!

b1

Diese Aufgabenstellung gehört zu einem Klassiker für das ClassPad. Wir definieren zuerst die Funktion und die benötigten Ableitungen und geben dann das ganze in ein Gleichungssystem ein. Man erhält somit die Koeffizienten der Funktionsgleichung.

Define $p(x)=a\times x^3+b\times x^2+c\times x+d$ done

Define $p1(x)=\frac{d}{dx}(p(x))$ done

$$\begin{cases} p(25)=200 \\ p(70)=60 \\ p1(25)=0 \\ p1(70)=0 \end{cases}\Bigg|_{a,b,c,d}$$

$\{a=0.00307270233, b=-0.4378600823, c=16.13168$ ▶ $d=22.35939643\}$

Aufgabe 4 - Kleingartensiedlung

a1

Wir kennen das Prozedere schon. Wir definieren die gewünschte Funktion und führen dann die Berechnungen aus. In einem ersten Schritt berechnen wir die Größe der halben Fläche.

Define $f(x)=0.01x^2+0.01x+16$

done

$$\frac{1}{2}\times\int_0^{20} f(x)\,dx$$

174.3333333

In Schritt 2 lösen wir die entsprechende Gleichung.

$$\text{solve}\left(\int_0^{a} f(x)\,dx=174.3333333, a\right.$$

$\{a=10.61169295\}$

Praxistipp: Obige Gleichung ist mit dem ClassPad ab der Version 02.01.7000.0000 in einem Schritt lösbar. Bei vorigen Versionen ist das unbestimmte Integral als Zwischenschritt vorab zu ermitteln.

Antwort: a=10,61 m

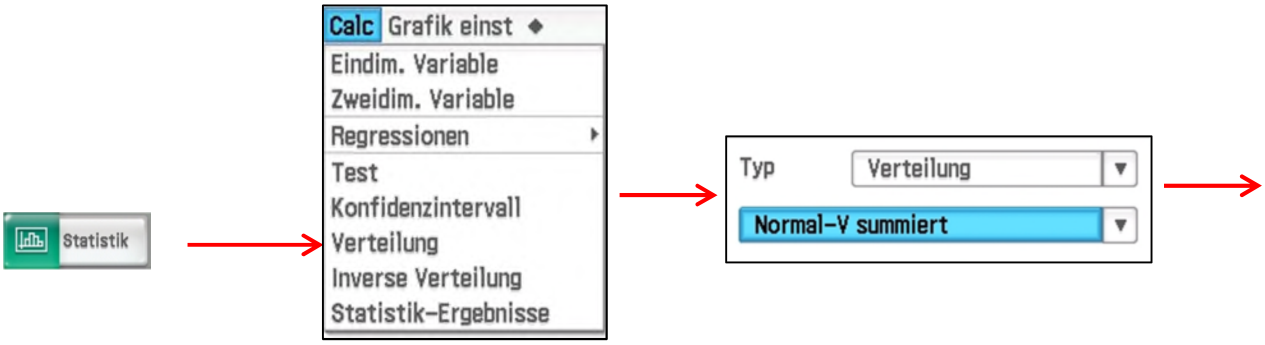
Aufgabe 5 – Bluthochdruck bei Erwachsenen

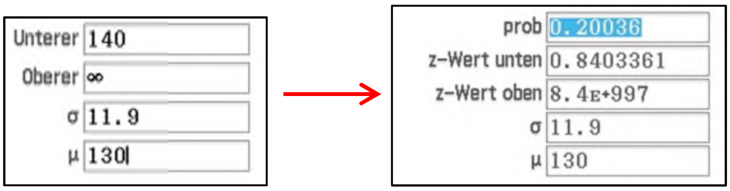
a1

Für Aufgaben aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung bietet das ClassPad im Modul 

zahlreiche Anwendungen an. Als wichtigste seien die Binomial- und Normalverteilung genannt.

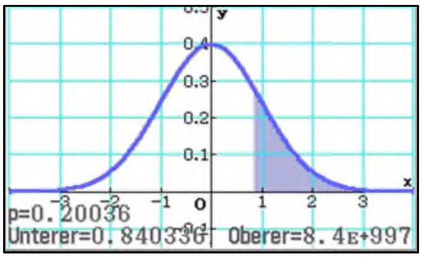
Praxistipp: Es hat sich bewährt, die Wahrscheinlichkeitsverteilungen über die Statistik-Anwendung zu betreiben, da es dann auch grafische Auswertungen gibt.



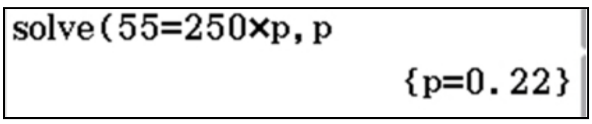


Antwort: 20,04 %

Drückt man links oben noch auf , so erhält man die Lösung nochmals in einer grafischen Übersicht.



b2



Antwort: p=0,22

Aufgabe 6 – Süßwarenproduktion

a3

Auch bei diesem Beispiel bietet sich die klassische ClassPad-Lösung an. Zuerst Funktionen definieren, Ableitungsfunktionen definieren und dann rechnen.

Praxistipp: Es ist im ClassPad ganz einfach, richtige Funktionsbezeichnungen einzugeben. Das sollte man nützen!

```
Define KA(x)=0.0001x^2+0.17x+200
                                    done
Define KB(x)=0.3x+260
                                    done
Define KA1(x)=d/dx(KA(x))
                                    done
Define KB1(x)=d/dx(KB(x))
                                    done
solve(KA1(x)=KB1(x),x
                                 {x=650}
```

Antwort: Bei 650 ME.

b1

a ergibt sich direkt aus der Grenzkostenfunktion und ist nur abzulesen:

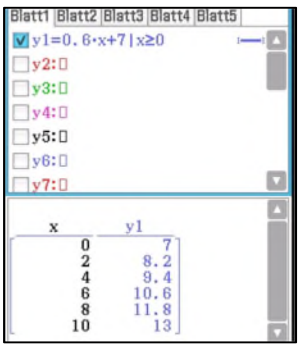
Antwort: a=0,6

b2

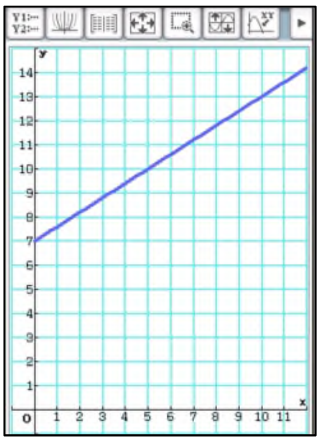
Wir ermitteln aus der Durchschnittskostenfunktion den für die Kostenfunktion notwendigen Achsenabstand. In der Grafik & Tabelle-Anwendung ermitteln wir die Wertetabelle und zeichnen dann die Funktion.

```
Define K(x)=0.6x+b
                          done
Define Kq(x)=K(x)/x
                          done
solve(Kq(5)=2,b
                         {b=7}
```

Grafik & Tabelle →



→



Praxistipp: Auch hier leistet der Bedingungsoperator wieder gute Dienste.

c1

```
Define K(x)=0.0003x^3-0.017x^2+0.4x+40
                                              done
Define E(x)=1.5x
                                              done
Define G(x)=E(x)-K(x)
                                              done
G(x)
                       -0.0003·x^3+0.017·x^2+1.1·x-40
```

c2

```
Define G1(x)=d/dx(G(x))
                                   done
Define G2(x)=d/dx(G1(x))
                                   done
solve(G1(x)=0,x)|x≥0
                         {x=58.6256772}
G2(58.6256772)
                         -0.07152621896
G(58.6256772)
                            22.46832677
```

Antwort: Der maximale Gewinn beträgt 22,47 GE

Aufgabe 7 – Autokauf

a1

Diese Aufgabe rechnen wir in 2 Varianten.

Variante 1 - 

$$\text{solve}\left(15000=216\times\frac{q^{84}-1}{q-1}\times\frac{1}{q^{84}},q\right)\mid q>1$$

$\{q=1.004635896\}$

Antwort: i_{12}=0,463 %

Anmerkung: Für diese Berechnung benötigt das ClassPad etwas Zeit. Ruhe bewahren!

Variante 2 - 

Wir gehen auf das Modul "Zinseszins" und füllen alle Felder bis auf I% aus. Dann drücken wir auf "*I%*" und erhalten als Ergebnis den Zinssatz i.

Zinseszins

N	84
I%	5.707134055
PV	15000
PMT	−216
FV	0
P/Y	12
C/Y	1

$\sqrt[12]{1.05707134055}$

1.004635896

Antwort: i_{12}=0,463

Anmerkung: Rechteckig eingerahmte Felder können durch Drücken zur Berechnung herangezogen werden. Weiters erweist sich in der Eingabemaske ein Klick auf das "Hilfe"-Register zur Erklärung der Felder als vorteilhaft.

b1

$\sqrt[12]{1.062}-1$

0.00502541213

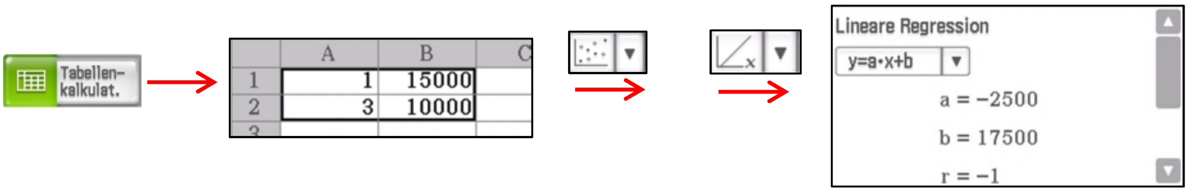
15000×0.00502541213

75.38118195

Antwort: Der äquivalente Monatszins beträgt 0,503 % und der Zinsanteil im ersten Monat beträgt € 75,38.

d1

Diese Aufgabe benötigt eigentlich keine Hilfsmittel. Deshalb sei hier beispielgebend nochmals eine "*lineare Regression*" dargestellt.



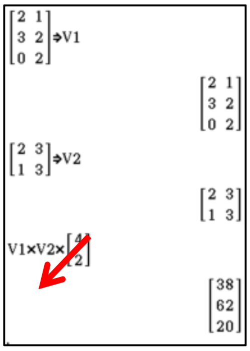
Antwort: f(t)=17.500 – 2.500·t

Aufgabe 8 – Seminarprüfungen

a3

$$\vec{a} = V_1 \cdot V_2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$\longrightarrow$



Praxistipp: Quadratische Matrizen gibt man in der Main-Anwendung in der Tastatur bei "Math2" mit [ ] ein. Zeilen bzw. Spalten werden ganz einfach mit [ ] [ ] hinzugefügt.